

# Realidad aumentada como herramienta de apoyo al aprendizaje de las funciones algebraicas y trascendentes

Jairo Eduardo Márquez-Díaz & Lady Alejandra Morales-Espinosa

Facultad de Ingeniería, Universidad de Cundinamarca, Chía, Colombia. [jemarquez@ucundinamarca.edu.co](mailto:jemarquez@ucundinamarca.edu.co), [lalejandramorales@ucundinamarca.edu.co](mailto:lalejandramorales@ucundinamarca.edu.co)

**Resumen**— El artículo tiene como objetivo exponer la implementación de una aplicación móvil de realidad aumentada diseñada a la medida, como herramienta de apoyo didáctico al aprendizaje de funciones algebraicas y trascendentes dirigido a estudiantes de Ingeniería de Sistemas, con miras a establecer su funcionalidad y ejecución en un curso de Cálculo I. El desarrollo de la aplicación incluyó elementos como: diseño en 3D, códigos QR y cartilla de marcadores, que se ajustan a la metodología Mobile-D para el desarrollo de aplicaciones móviles, debido a la secuencialidad en los procesos o etapas. Finalmente, se aplicó un cuestionario para medir el nivel de satisfacción frente al uso de la aplicación, al igual que los recursos implementados en la misma, que permitieron validar su utilidad y funcionalidad dentro y fuera del salón de clase, fundamentando con ello el uso del aprendizaje móvil en el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

**Palabras Clave**—aprendizaje móvil; Códigos QR; funciones matemáticas; metodología mobile-D; realidad aumentada.

Recibido: 29 de julio de 2019. Revisado: 28 de noviembre de 2019. Aceptado: 12 de diciembre de 2019.

## Augmented reality as a tool to support the learning of algebraic and transcendent functions

**Abstract**— The objective of the article is to present the implementation of a mobile application of augmented reality designed to measure, as a didactic support tool for the learning of algebraic and transcendental functions addressed to students of Systems Engineering, with a view to establishing its functionality and execution in a Course of Calculus I. The development of the application included elements such as: 3D design, QR codes and bookmarks, which conform to the Mobile-D methodology for the development of mobile applications, due to the sequentially in the processes or stages. Finally, a questionnaire was applied to measure the level of satisfaction with the use of the application, as well as the resources implemented in it, which allowed to validate its usefulness and functionality inside and outside the classroom, thus supporting the use of the mobile learning in the teaching-learning process of mathematics.

**Keywords**—codes QR; increased reality; mathematical functions; mobile-D Methodology; mobile learning.

### 1. Introducción

Las tecnologías de la información y comunicación (TIC) en conjunto con las denominadas Tecnologías emergentes [1] han fomentado en el sector de la educación formal y no formal transformaciones en la manera de transmitir el conocimiento dentro y fuera del aula de clase. Es así, que la educación en general ha venido presentando cambios metodológicos y

pedagógicos con miras a facilitar el acceso al conocimiento incorporando las TIC en su plan de estudios, de tal manera que el proceso enseñanza-aprendizaje se ha dinamizado, transformándose y evolucionando permanentemente, todo gracias a la implementación de herramientas digitales sobre plataformas virtuales y al uso de dispositivos móviles que acompañan tanto al estudiante como al maestro, presentándose el fenómeno de la ubicuidad, que se maximiza cuando están conectados a internet de manera permanente.

Aunque la educación tradicional dispone de diversidad de recursos TIC para facilitar el aprendizaje del estudiante, son tomadas como elementos alternativos y complementarios que se ubican en un segundo plano en la formación del educando [2,3], aspecto que es diferente cuando se aplican los mismos recursos en la educación virtual y a distancia [4] que asumen un papel principal, debido a que facilitan al estudiante aprender fuera del aula a diferente hora y en cualquier lugar, fomentando con ello el autoaprendizaje. Estas diferencias se han venido acortando con el uso cada vez más frecuente de las TIC con la tecnología móvil, que se combinan con modelos de aprendizaje emergentes cambiando el paradigma del aprendizaje pasivo al participativo o activo [5].

Con la tecnología móvil representada en los smartphone, phablets, tablets, consolas de videojuegos, computadores portátiles, smartwatch, gafas de realidad virtual, realidad mixta y wearables, entre otros, permite que sea incorporada en la educación en sus diferentes niveles y modalidades, dando paso al denominado Aprendizaje Móvil (*Mobile-Learning*), que combinado con otras tecnologías y pedagogías emergentes, está posibilitando innovaciones en la manera de acceso y apropiación del conocimiento, que como señala [6], permite que solo o combinado con otras tecnologías de la información y la comunicación facilite el aprendizaje en todo momento y lugar.

Visto de esta manera, es innegable que la tecnología ha cambiado y seguirá cambiando la sociedad y la educación, planteando nuevos paradigmas en cuanto a la enseñanza digital versus la enseñanza tradicional, que a diferencia de esta última el estudiante puede realizar sus estudios de manera síncrona o asíncrona.

La importancia del uso de la tecnología móvil en el medio educativo, subyace en el hecho que se ha masificado a tal nivel

**Cómo citar este artículo:** Márquez-Díaz, J.E. and Morales-Espinosa, L.A., Realidad aumentada como herramienta de apoyo al aprendizaje de las funciones algebraicas y trascendentes. Educación en Ingeniería, 15(29), pp. 34-41, Agosto 2019 - Febrero 2020.

que deje de ser un lujo y paso a ser un implemento más de la vida diaria de las personas. Tanto así, que [7, p. 12] señala que:

*“estudiantes y profesores utilizan ya tecnologías móviles en diversos contextos para una extensa gama de finalidades docentes y de aprendizaje, y actores clave del ámbito educativo, desde los ministerios nacionales de educación hasta los distritos escolares locales, ensayan políticas de apoyo para impulsar el aprendizaje móvil e innovador en entornos educativos formales e informales”*

Un aspecto fundamental del aprendizaje móvil, es que permite la gestión e incorporación de varios recursos pedagógicos por parte del profesor con el fin de guiar al estudiante en su proceso de formación. Uno de estos recursos es la realidad aumentada, que facilita al estudiante explorar conceptos y aprender desde otra perspectiva mediante el empleo de la tecnología móvil. Dicho esto, como caso particular se procedió a desarrollar una investigación enfocada a demostrar cómo una aplicación de realidad aumentada diseñada a la medida, puede mejorar la comprensión de determinados temas de matemáticas, como son las funciones algebraicas y funciones trascendentes, que para algunos estudiantes le causa problemas a la hora de tabular y comprender su representación gráfica.

Al realizar una gráfica de una función matemática  $f(x)$ , se parte de la definición que es una relación que se establece entre dos conjuntos  $A$  y  $B$ : uno denominado *dominio* que se asocia a la variable independiente  $x$  que pertenece al conjunto de salida o inicial, y el otro *codominio* o conjunto de llegada, relacionado con la variable dependiente  $y$ . La relación entre estos conjuntos, aunque pertenecen a los números reales, varía según la estructura de la función en cuanto a restricciones, tales como: discontinuidades, valores imaginarios no permitidos o restricciones algebraicas por definición de la construcción de la función, por ejemplo, la función logarítmica. En este sentido, las matemáticas clasifican a las funciones en familias: real, compleja, escalar y vectorial. Para el caso del proyecto se trabajó con funciones reales, puesto que se perseguía en primera instancia verificar la validez de la aplicación en cuanto a interactividad con el usuario, partiendo del hecho que son las funciones que inicialmente se trabajan en la asignatura de Cálculo I.

En cuanto al tipo de funciones a trabajar en Realidad Aumentada, se optó por las funciones algebraicas y funciones trascendentes dentro de su marco general, que abordan todo el contexto de relaciones de funciones, bien a través de operaciones matemáticas simples o de otros métodos que involucran procesos matemáticos más estructurados. Para el caso de las *Funciones algebraicas*; estas se caracterizan por establecer relaciones monomias o polinomias que se obtienen a través de operaciones matemáticas simples. Dentro de esta categoría se encuentran las funciones de tipo: explícitas, implícitas, polinómicas, racionales, irracionales o radicales y definidas a trozos.

En cuanto a las *Funciones trascendentes*; son aquellas relaciones matemáticas que se establecen entre magnitudes que no se obtienen mediante operaciones algebraicas. Este tipo de funciones requieren del uso de derivadas, integrales o logaritmos. Dentro de esta categoría se encuentran las funciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas, que se contemplaron en la aplicación de realidad aumentada.

## 2. Realidad aumentada

La realidad aumentada (RA) forma parte de lo que se ha llegado a denominar como tecnologías emergentes [8]. Es una tecnología que ha venido tomando fuerza en la educación digital, debido a la flexibilidad que brinda en cuanto a facilitar el aprendizaje sobre determinados temas de manera interactiva e inmersiva [9]. Para [10], la realidad aumentada se define como aquella información adicional que se obtiene de la observación de un entorno, captada a través de la cámara de un dispositivo que previamente tiene instalado un software específico. La RA para [11], superpone en el entorno del mundo real del usuario, contenido creado digitalmente, que incluyen características ópticas transparentes y un entorno visible en el cual los usuarios son conscientes de lo que les rodea y de sí mismos.

La RA combina el entorno del mundo real con lo virtual, donde [12] señala que emplea un conjunto de dispositivos que añaden información virtual a la información física ya existente y la convierten sobre el mundo real alrededor del usuario en un ambiente interactivo y digital. La diferencia con la realidad virtual (RV) radica en que esta simula por lo general un mundo real, con la excepción que puede o no burlar las leyes físicas. Esto implica, que el grado de inmersión entre la RA y la RV [13,14] es totalmente diferente, donde para esta última se requiere de cierta tecnología y dispositivos específicos que la RA no precisa.

En cuanto a las aplicaciones de la RA en la educación, presentan un sinnúmero de posibilidades que como señalan [15, p. 5], aportan al área de conocimiento para el cual fueron diseñadas, puesto que posibilita contenidos didácticos inviables de otro modo. Por lo tanto, es importante masificar esta tecnología en las prácticas educativas con el fin de lograr mejores estándares de calidad y atraer al educando a apropiarse del conocimiento mediante la autoformación y aprendizaje colaborativo.

Los campos de aplicación de la RA son diversos y variados [16,17], donde las limitantes en cuanto a software y hardware se han venido superando con la mejora continua de los dispositivos móviles, al igual que de sus sistemas operativos, permitiendo el desarrollo e implementación de aplicaciones que requieren grandes recursos a nivel computacional. En este sentido, las aplicaciones de la RA se extienden desde el entorno industrial para el diseño, simulación y mantenimiento de equipos y motores de vehículos, pasando por el entretenimiento con entornos gráficos de gran realismo hasta la publicidad y sector salud (juegos para el tratamiento de diferentes trastornos psicológicos y/o psiquiátricos como las fobias, entrenamiento médico de atención, procedimientos quirúrgicos, análisis de imágenes, fisiología y anatomía virtual, simulación molecular, etc.), sin dejar de lado y no menos importante la educación en todos sus niveles y modalidades [18,19], cuya diversificación crece permanentemente.

La RA en conjunto con la RV están abriendo nuevos nichos de aplicaciones en el mercado del esparcimiento, la educación, la salud e industria, posibilitando desarrollos innovadores que prometen cambiar la forma como las personas se apropian del conocimiento y viven la realidad de lo que les rodea. Las investigaciones en tecnologías emergentes, buscan fusionar la RA con la RV en un solo sistema inmersivo [20], lo que está

impulsando nuevas propuestas en la era digital. Un ejemplo representativo es Google, que le está apostando a la fusión RA/RV, mediante desarrollos como las Cardboard, Tango, Daydream y el ARCore [21,22], que es la más reciente a la fecha de redactar el presente artículo. Aunque se deben superar ciertas limitantes como asegura [11, p. 80], puesto que en el presente pocos operadores de red pueden entregar las velocidades del ancho de banda que requieren la transmisión de AR/VR y las experiencias de 360°, solo resta esperar a que la tecnología 5G se implemente a gran escala para subsanar este impase.

### 2.1. Elementos que conforman el servicio de RA

Un sistema de RA se compone de tres fases: Reconocimiento, seguimiento y mezclar/alinear la información del mundo o del objeto virtual, que debe estar correctamente alineado con la imagen del mundo real. [23] Estas fases están en concordancia con los siguientes elementos:

1. *Cámara*. Es el dispositivo por el cual se registra la imagen.
2. *Procesador*. Es la parte funcional del hardware que toma la imagen registrada, la analiza y alista para que sea sobrepuesta sobre un marcador externo.
3. *Marcador*. Es aquel elemento encargado de reproducir las imágenes procesadas para luego observarse en un modelo en 3D.
4. *Software*. Es la aplicación específica encargada de gestionar el proceso de registro de la imagen, análisis y comparación con el marcador.
5. *Pantalla*. Es el elemento que forma parte del dispositivo móvil que se encarga de mostrar los objetos que la imagen virtual sobrepuesta sobre un escenario real.
6. *Activador*. Está representado bien por un hardware (gafas o lentes biónicas, señales GPS generados por el dispositivo móvil, etc.), software (código QR), marcadores, imágenes u objetos, que establecen la relación con los entornos real y virtual.

Para que lo anterior se pueda llevar a cabo, se requiere que el dispositivo tenga conexión a Internet, debido a que la información que se registra del medio real debe ser enviada a un servidor remoto para ser procesada. Luego, el software se encarga de recuperar la información virtual y real para superponerlas en el dispositivo móvil. Como caso particular para el desarrollo de la aplicación, esta se basó en los marcadores estáticos; los cuales representan un tipo de activador que contiene la información acerca de las funciones matemáticas que se escanean desde una cartilla, donde el contenido como tal no varía con el tiempo. Este tipo de desarrollo está clasificado como de nivel 1; debido a que se emplean marcadores cuadrangulares representados mediante imágenes en blanco y negro con dibujos esquemáticos, tal como se ilustra en la Fig. 1.

Existen los marcadores dinámicos, que a diferencia de los estáticos permiten gestionar el contenido de la información a mostrar al usuario sin la necesidad de cambiar el código QR. Normalmente este tipo de marcador no es gratuito, debido a que su aplicación está más enfocada al mercado corporativo y de servicios que el educativo, a lo que se suma ciertas limitaciones en cuanto al manejo de determinados formatos como texto, coordenadas y mensajes, entre otros aspectos.

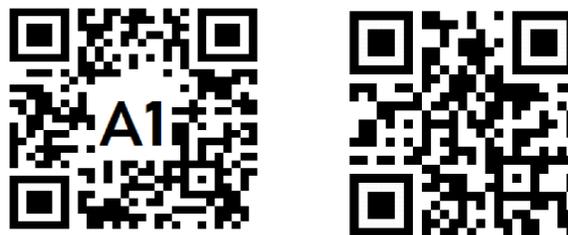


Figura 1. Ejemplos de marcadores estáticos, que pueden ser representados como imágenes en blanco y negro o con dibujos.

Fuente. Elaboración propia.

### 3. Metodología

Para el desarrollo de la aplicación de RA se empleó la metodología Mobile-D [24], con el fin de conseguir ciclos de desarrollo rápidos con un equipo pequeño para conseguir productos funcionales en un tiempo corto. Para ello, Mobile-D plantea un conjunto de fases a seguir, como son: exploración, inicialización, producción, estabilización y pruebas.

En cuanto a la primera fase, se procedió a la planificación del proyecto, para luego pasar a la segunda fase de inicio, en la que se prepararon y verificaron los recursos para el desarrollo, contemplándose aspectos como: puesta en marcha del proyecto, planificaciones propias de esta fase y pruebas.

La siguiente fase de producción, consistió en repetir de manera iterativa la programación realizada hasta implementar las funcionalidades deseadas y/o requeridas por el proyecto en concordancia con los requerimientos de los profesores del área de ciencias básicas. Una vez realizada esta fase, se procedió a la estabilización, que consistió en efectuar la integración de los últimos requerimientos para verificar el funcionamiento completo del sistema, al igual que la producción documental que incluyó la cartilla QR.

Finalmente, se efectuaron las pruebas de testeo de la aplicación hasta obtener una versión estable, para proceder a seleccionar un grupo de estudiantes con el fin de realizar las pruebas del caso en cuanto al uso y funcionalidad de la aplicación, cuyo diseño y desarrollo se fundamentó en herramientas de diseño y desarrollo como *Blender*, *Unity* y *Vuforia* respectivamente. A este grupo de estudiantes y maestro se les solicitó descargar la aplicación a su respectivo dispositivo móvil, para luego realizar el proceso de registro. En este sentido, al abrir automáticamente el programa desde el dispositivo móvil le conduce al inicio de la aplicación en la que se despliega información de registro e ingreso.

Para probar la viabilidad de la aplicación se utilizó el enfoque mixto de investigación, que permitió realizar un análisis cuantitativo sobre los estudiantes participantes. El diseño de la investigación fue cuasi experimental, realizado a un grupo de 60 estudiantes en total, pertenecientes a la Facultad de Ingeniería de Sistemas. Cabe mencionar, que previo al desarrollo del proyecto se contó con la aprobación del comité de bioética de la Universidad, al igual que la socialización ante los participantes del objeto de estudio, en la que se obtuvo la firma del consentimiento y asentimiento informado.

En cuanto a la muestra, esta fue de tipo no probabilístico o

dirigido, dado que por fines de la investigación la selección de estudiantes se realizó basado en la premisa de establecer si era factible contribuir al aprendizaje de las funciones matemáticas propias de la asignatura de Cálculo I, partiendo del hecho de emplear el aprendizaje móvil a través de la realidad aumentada como herramienta de estudio para tal fin. Una vez culminado el experimento, se aplicó un cuestionario para establecer el grado de satisfacción sobre el uso de la aplicación de RA en sus estudios, basado en temas específicos dados previamente por el profesor de la asignatura del curso piloto.

La aplicación en cuanto a su presentación general se describe mediante una pestaña de inicio, tal como se observa en la Fig. 2, donde el usuario ingresa los datos previamente registrados para entrar a realizar las actividades dependiendo el tipo de rol que tenga (administrador o estudiante).

En esta misma pantalla aparece la opción de ayuda, donde el usuario puede leer información sobre cómo debe realizar el inicio de sesión para que no se comenten errores e inconvenientes al ingresar al programa. Al dar clic en el botón volver instantáneamente se regresa al Login tal como se observa en la segunda imagen de la Fig. 2.

En el registro se encuentran los datos que los usuarios deben ingresar en la aplicación para acceder a esta. También, se encuentra un botón de ayuda en el que se explica con detalle

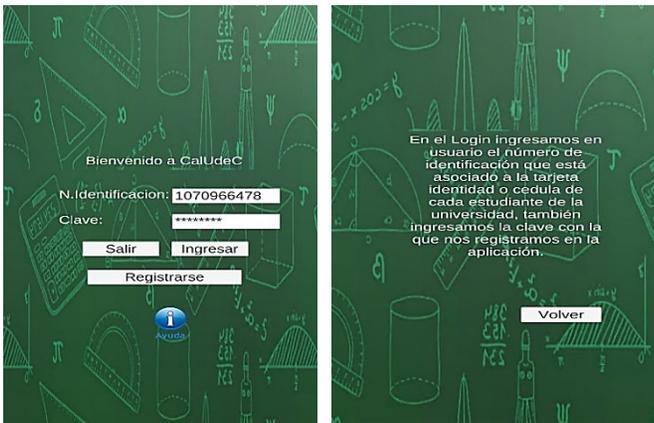


Figura 2. Ventana de inicio y registro de usuario de la aplicación de realidad aumentada, en la que aparece la opción de ayuda en el inicio de sesión. Fuente. Elaboración propia.

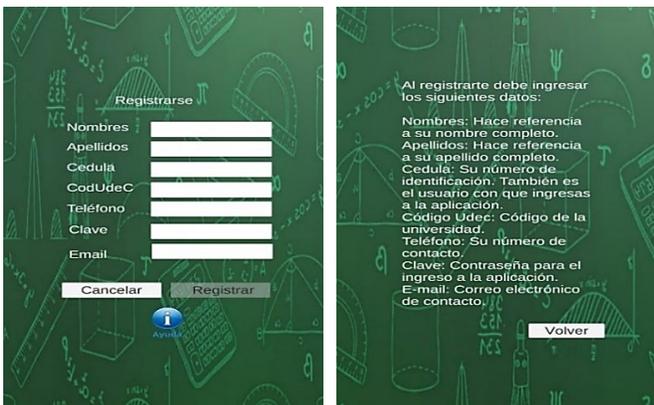


Figura 3. Ventanas de registro o cancelación de usuario de la aplicación de RA. Fuente. Elaboración propia.

cómo se debe llenar cada campo del registro, el cual solo aplica para los usuarios Estudiante. Una vez terminado el ingreso de los datos de usuario, se regresa al inicio y dependiendo de la opción seleccionada se habrá realizado el registro o cancelación del mismo tal como se observa en la Fig. 3.

En el login para que los nuevos usuarios inicien sesión, se ingresa con el código de estudiante y la contraseña establecida al momento de registrarse. En el módulo del usuario estudiante, se encuentran seis tipos de funciones a seleccionar para su desarrollo tal como se observa en la Fig. 4. También, se ubica un botón que direcciona a la página web que se encuentra enlazada con el aplicativo para que el estudiante modifique la información ingresada en el registro.

Como se observa en la Fig. 4, al seleccionar cualquiera de las opciones dadas se despliega una lista de funciones que al elegir alguna de ellas direcciona a otra pestaña. En cada pestaña se encuentra el ejercicio con su desarrollo paso a paso para mejor comprensión del estudiante. En este punto, se presentan dos opciones: *volver*, que retorna a la vista donde está la lista de funciones; opción *gráfica*, que automáticamente activa la cámara del dispositivo móvil, que en conjunto con la cartilla abierta en el ejercicio correspondiente y la *Apk (Android*

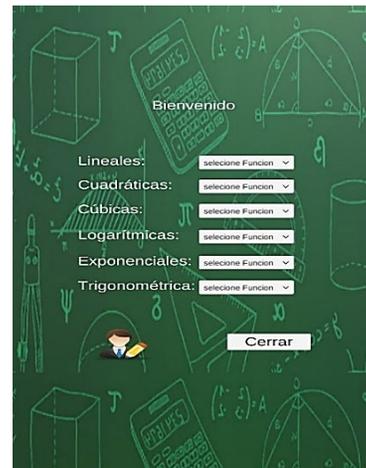


Figura 4. Pantalla de la aplicación en la que se encuentra discriminado los tipos de funciones algebraicas y trascendentes. Fuente. Elaboración propia.

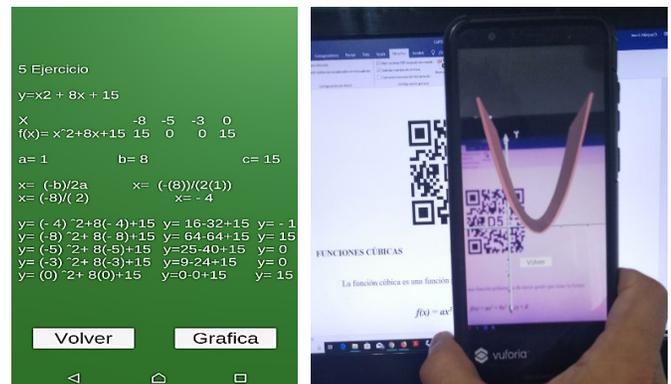


Figura 5. Pantalla de selección de una función cuadrática e imagen en RA en el dispositivo móvil, cuya captura se realiza en la cartilla digital al fondo de la imagen del celular. Fuente. Elaboración propia.

*Application Package*) en modo abierto, el sistema procede a escanear la función mediante el código QR de forma automática, si coincide el marcador mostrará la gráfica correspondiente al ejercicio tal como se observa en la Fig. 5.

En cuanto al administrador de la aplicación, en el *Login* al ingresar bajo su rol se encuentra las opciones que este usuario maneja, en éste se ubica el registro, el listado de funciones y listado de usuarios. Como se aprecia, para interactuar con la aplicación se requiere de una capacitación previa en cuanto al uso de la cartilla y del programa, tanto al profesor como a los estudiantes; de tal manera que se promueve a que el proceso enseñanza-aprendizaje sea mucho más dinámico, interactivo y participativo.

#### 4. Resultados

- Al implementar la aplicación de RA en los cursos piloto representado en el aprendizaje móvil, se obtuvo varias experiencias en cuanto a la operatividad y funcionalidad que complementan el proceso enseñanza-aprendizaje, en este caso en particular el área de las matemáticas, que se resume a continuación:
- El aprendizaje móvil resulta ser ideal como complemento a la formación del estudiante dentro y fuera del salón de clase, contribuyendo a resolver problemas propios de la educación matemática, como la falta de atención y comprensión de conceptos y operaciones.
- La portabilidad de los dispositivos móviles facilita al estudiante el aprendizaje ubicuo. Por lo que el aprendizaje móvil no puede estar sujeto a políticas que prohíban el uso de los dispositivos móviles en el aula, aunque se aclara que deben existir políticas frente al manejo y dirección que dictamine el profesor dentro de la misma.
- Se observa una oportunidad ideal sobre el uso de tecnología móvil en la educación, donde el estudiante aprende en cualquier momento y lugar de manera sincrónica y asincrónica, facilitando el aprendizaje personalizado.
- Es necesario desarrollar dentro del currículo, unas competencias digitales apropiadas a las necesidades didácticas a implementar dentro y/o fuera del aula de clase, que involucre el uso de los dispositivos móviles.
- Se debe establecer a inicio del curso unas reglas claras por parte del docente y estudiantes, en cuanto al uso de la tecnología móvil e internet durante las clases, evaluaciones y/o talleres.
- Se requiere de una planificación de las acciones pedagógicas y metodológicas a desarrollar en el aula, de tal manera que no se improvise a la hora de aplicar el recurso digital de la RA en evaluaciones o talleres.
- El tiempo destinado para uso de la aplicación de realidad aumentada combinada con otras herramientas TIC debe ser racional, de no ser así, se perderá rápidamente el objetivo de aprendizaje, debido a que el estudiante entra en una fase de distracción. Adicional a esto, el profesor debe tener presente la presencia del uso patológico del Internet (PIU por sus siglas en inglés) y al miedo a perderse de algo (FOMO, *Fear of Missing Out*); el primero asociado al uso excesivo y compulsivo [25,26] de internet, y el segundo relacionado con un problema de ansiedad propiciado por

sentimiento de desconexión.

- La aplicación de realidad aumentada tiene como objetivo actuar como herramienta de apoyo al aprendizaje del estudiante, por lo que el profesor debe actuar como tutor y guía, que le indique al alumno el manejo de la cartilla QR y la aplicación como tal.
- El uso de la tecnología móvil en el aula no reemplaza el rol del profesor. De hecho, le convierte en un actor principal dentro del proceso enseñanza-aprendizaje, entendido en el sentido que es quién orienta y guía al estudiante en su formación, facilitando la información requerida para ayudarlo a hallar solución a ejercicios y problemas.
- Se promueve diversos tipos de aprendizaje tales como: autónomo, colaborativo, basado en proyectos e invertido entre otros.

Basado en lo expuesto, se puede utilizar el dispositivo móvil dentro y fuera del aula como una herramienta complementaria a la formación del estudiante en el contexto del aprendizaje móvil, donde el uso de aplicaciones como la RA aportan lo suyo. Con este tipo de aprendizaje combinado con otros, permite crear una sinergia, donde el profesor dispone de diferentes elementos didácticos, herramientas digitales y tecnológicas para hacer su clase más dinámica, flexible y participativa.

En cuanto a los resultados sobre las pruebas realizadas de la aplicación a los cursos piloto, se resume en las respuestas dadas por parte de los estudiantes frente a las siguientes preguntas:

¿Cómo califica la experiencia de usar una aplicación móvil de realidad aumentada para aprender y/o repasar funciones matemáticas? El 42 % lo calificó como excelente, mientras el 25 % como muy bueno y el 33 % como bueno. En general se observó que el estudiante continuó su exploración de la aplicación de RA, posibilitando de esta manera el autoaprendizaje en cuanto a repasar las funciones y explorar la interactividad e inmersión que facilita la aplicación, demostrando con ello su motivación al uso de este recurso dentro y fuera de clase.

La siguiente pregunta exploró si al ¿interactuar con la cartilla de códigos QR, facilitó comprender las características de las funciones con su respectiva explicación? El 50 % afirmó estar de acuerdo, el 25 % muy de acuerdo y el porcentaje restante señaló estar ni desacuerdo ni en desacuerdo. De estos resultados se concluyó que existe interés de los estudiantes por el uso de la aplicación, donde la cartilla de códigos QR fue fundamental para ello. En cuanto al 25 % de estudiantes que mostraron estar indecisos, se puede solventar al usar un mayor tiempo la aplicación en el aula, donde el docente se encargue de motivar y acompañar al estudiante en el proceso de autoaprendizaje en los temas de las funciones matemáticas mediante la herramienta creada para tal fin.

Cabe señalar, que aunque la aplicación en sí es intuitiva, la guía del maestro es fundamental para que el educando comprenda su funcionalidad y objetivo de aprendizaje, que en este caso particular fue identificar las funciones algebraicas y trascendentes mediante el uso de este recurso digital.

La siguiente pregunta fue si ¿La comunicación visual de la cartilla y aplicación en su teléfono móvil le motivo a seguir explorando sus recursos y navegabilidad? El 58 % de estudiantes afirmó estar muy de acuerdo y el 42 % estar de acuerdo. De los resultados se observa que la totalidad de los

estudiantes encuestados, la parte visual expuesta tanto en la cartilla como en la aplicación, los exhorto a seguir explorando los recursos a su haber, por lo que fue asertivo el diseño y presentación de los códigos QR dentro de la propia cartilla diseñada para tal fin.

Sobre la pregunta ¿Qué tan satisfactorio fue la interacción que experimentó con las funcionalidades de la aplicación de realidad aumentada? Los resultados fueron unánimes con un porcentaje 100 % favorable acerca de la interacción con la aplicación de RA. Con esta respuesta, se deduce que el diseño de la interfaz gráfica del programa y contenidos de la cartilla, se ajustaron a las necesidades de comprensión de los temas tratados en clase.

Con respecto a la pregunta ¿Le fue comprensible el manejo gráfico de las funciones matemáticas consultadas a través de la aplicación? Los resultados se observan en la Fig. 6, mostrando un porcentaje favorable frente al manejo gráfico de las funciones matemáticas. En consecuencia, se posibilita el desarrollo de otros recursos basado en la RA para reforzar temas de matemáticas que pueden ser problema para los estudiantes en cuanto a su comprensión y entendimiento.

Como complemento a lo anterior, se preguntó si ¿Creía que al seguir usando la aplicación le motivaría a seguir estudiando matemáticas? El 42% afirmó estar muy de acuerdo y el 42 % de acuerdo, frente a un 17 % que expresó estar ni en desacuerdo ni de acuerdo. En general, se concluyó que el 84% de estudiantes cree que el uso de la aplicación móvil le motivó a estudiar matemáticas, lo que posibilita seguir por este rumbo

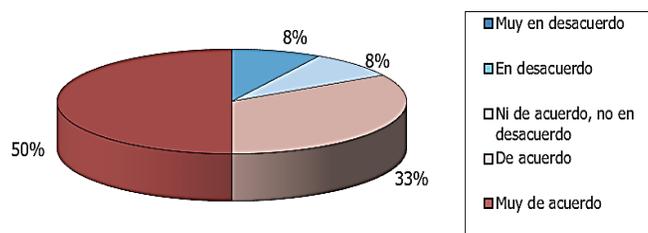


Figura 6. Resultados de la pregunta ¿Le fue comprensible el manejo gráfico de las funciones matemáticas consultadas a través de la aplicación? Según se observa, se favorece el desarrollo de la aplicación, posibilitando mejorar y crear otras que apoyen el proceso de aprendizaje mediante herramientas digitales móviles.

Fuente. Elaboración propia.

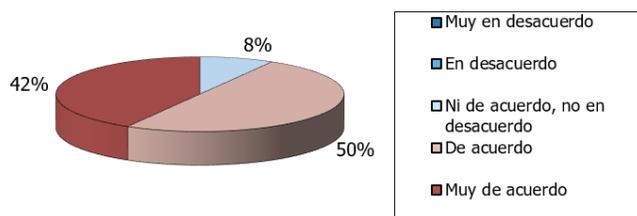


Figura 7. Resultados de la pregunta ¿Al asistir a clase empleando su teléfono inteligente como elemento para el estudio de las funciones matemáticas le resultó de su interés?, que respaldan el aprendizaje mediante dispositivos móviles, debido a la flexibilidad y dinámica que se crea frente al proceso enseñanza-aprendizaje.

Fuente. Elaboración propia.

encaminado a mejorar el rendimiento académico en esta área y exhortarlo al gusto por las matemáticas desde la tecnología usada apropiadamente. Esta aseveración se confirmó con la siguiente pregunta. ¿Al asistir a clase empleando su teléfono inteligente como elemento para el estudio de las funciones matemáticas le resultó de su interés? Los resultados se observan en la Fig. 7 mostrando un porcentaje favorable.

La siguiente pregunta buscó corroborar las respuestas dadas del punto anterior. ¿Está de acuerdo en emplear la aplicación de RA fuera de clase para navegar y consultar más sus contenidos y recursos? Un 50 % afirmó estar muy de acuerdo y un 42 % de acuerdo, frente a un 8 % que manifestó estar ni en desacuerdo ni de acuerdo. De estos resultados se dedujo, que el 92 % de estudiantes mostró interés en usar la aplicación de RA fuera de clase como apoyo a su estudio, lo que motiva a que sea empleada como recurso digital permanente en las clases de Cálculo I para fomentar el proceso del autoaprendizaje y un recurso para ser empleado en la clase invertida y aprendizaje colaborativo, que se lleva comúnmente al interior de las clases de matemáticas.

Frente a la pregunta ¿Qué tan de acuerdo está en relacionar la plataforma virtual de la universidad y la aplicación de realidad aumentada como complemento para su estudio dentro y fuera clase? El resultado fue unánime a estar de acuerdo en relacionar la plataforma virtual con la aplicación de RA, lo que permite centralizar de esta manera diversos recursos TIC dentro de un mismo sistema, sacando provecho al aprendizaje móvil y al aprendizaje híbrido (*Blended-Learning*).

En cuanto a explorar en el estudiante si fue fácil emplear el dispositivo móvil para interactuar con la aplicación de RA. El 75 % de estudiantes encuestados afirmó que fue fácil interactuar con la aplicación frente a un 8 % que señaló que no. El porcentaje restante respondió no estar ni de acuerdo o desacuerdo con la pregunta. De lo que se infiere de estos resultados, es que el empleo del dispositivo móvil en aspectos académicos no genera ningún malestar, esto se debe a que el estudiante está familiarizado con el uso de estos de manera regular, lo que posibilita seguir trabajando en el aprendizaje móvil como recurso complementario al proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y pensar en el desarrollo de nuevas aplicaciones como ayuda didáctica a las mismas, dinamizando la clase magistral a una clase magistral activa. En este sentido, la ayuda que brindó el aprendizaje móvil en la formación del educando debe ser considerada como un punto a favor del maestro, en la que se abren nuevas posibilidades para motivar al estudiante a demostrar que las matemáticas pueden ser llamativas, entretenidas y porque no divertidas.

Basado en la pregunta anterior se indagó ¿Qué tan de acuerdo está de continuar un curso completo que maneje recursos educativos como aplicaciones móviles de realidad aumentada para complementar su estudio? Un 58 % de estudiantes afirmó estar muy de acuerdo y un 33 % de acuerdo, el porcentaje restante no está de acuerdo ni en desacuerdo. Este resultado mostro la disposición e interés del estudiante a usar un recurso digital como la RA en el estudio, máxime si se pueden emplear otros dispositivos y tecnologías para su acceso, que no necesariamente implica estar en el aula de clase, posibilitando de esta manera el aprendizaje móvil.

La siguiente pregunta se enfocó a explorar ¿Cuánto tiempo

dedicaría a emplear la aplicación de realidad aumentada combinada con otros recursos TIC para su aprendizaje? El 50 % afirmó que, entre 1 y 2 horas, el 25 % entre 2 y 3 horas y el restante más de 4 horas. Estos resultados indicaron que hay disposición para interactuar con este tipo de aplicación el tiempo suficiente para que el docente diseñe e implemente diversos recursos digitales para que el estudiante los consulte e interactúe con los mismos, propiciando con ello el autoaprendizaje y el aprendizaje colaborativo.

Con referencia a la pregunta anterior, se planteó si ¿Le gustaría recibir clases permanentemente empleando recursos TIC y aplicaciones móviles de realidad aumentada de forma periódica en otras asignaturas? Según los resultados obtenidos, hubo mayor prevalencia a estar de acuerdo con un 83% frente a un 8 % que no o que le es indiferente.

Finalmente se preguntó ¿Qué tan de acuerdo está con que la universidad ofrezca espacios formativos para conocer y profundizar sobre aplicaciones de realidad aumentada en el estudio? El resultado fue unánime a favor, demostrando con ello el interés de los estudiantes sobre la posibilidad que la universidad contemple enseñar el tema de RA en la carrera de ingeniería. En este sentido, las potencialidades de aprendizaje que ofrece el uso de la tecnología móvil en el estudio de las matemáticas dejan el camino abierto para que se desarrollen otras aplicaciones que faciliten la formación del educando en temas que conlleven problemas de aprendizaje para los mismos. Por consiguiente, en el ámbito educativo la RA en la interacción con los estudiantes se torna una herramienta funcional y eficaz, que como afirma [27, p. 776]:

*“se expresa en la forma que perciben la realidad física, porque se desglosa en varias dimensiones facilitando el conocimiento de diversas particularidades que no se pueden captar a simple vista; con la RA es factible generar modelos que simplifican la complejidad multidimensional del mundo circundante, lo que, desde una perspectiva académica, aporta completamente a cualquier experiencia de aprendizaje.”*

## 5. Conclusiones

El aplicativo de realidad aumentada desarrollado cuenta con las características requeridas por los docentes de ciencias básicas, para que los estudiantes lo empleen como una herramienta que contribuya al aprendizaje de las funciones matemáticas algebraicas y trascendentes vistas en la asignatura de Cálculo I en la Facultad de Ingeniería de Sistemas. En este sentido, la aplicación recoge dentro de su diseño aspectos pedagógicos relacionados con el constructivismo que enriquece los preconceptos que el estudiante posee acerca de las funciones matemáticas, su estructura y características generales, que las pueden identificar mediante el uso racional de la tecnología móvil, tanto al interactuar con la cartilla QR y posteriormente con la aplicación.

Con base en el diseño, desarrollo y puesta en operación de la aplicación de RA, se presenta como una alternativa que contribuye a la didáctica y pedagogía matemática, tendiente a mejorar la comprensión de las funciones matemáticas de una manera dinámica e interactiva que motive al estudiante a su aprendizaje. De hecho, a nivel general la RA puede contribuir

al rendimiento académico de los estudiantes, al actuar como una herramienta pedagógica de apoyo que contribuye al autoaprendizaje y aprendizaje colaborativo; los cuales son fundamentales para la clase invertida, el aprendizaje móvil y el aprendizaje híbrido, que se desarrollan en la actualidad en la universidad como proyecto piloto.

Otro aspecto a concluir, es que la aplicación cumple con el objetivo de beneficiar tanto docentes como a estudiantes, dado que la temática tratada puede ser enseñada de un modo práctico y vivencial, donde la interactividad supone el uso del aprendizaje móvil como herramienta didáctica que favorece el cumplimiento de las competencias de aprendizaje digital, en particular las funciones matemáticas. Asimismo, con la RA se exploran nuevas prácticas educativas basadas en modelos pedagógicos digitales consolidados [28], o que están en proceso de serlo, propendidos por las tecnologías emergentes [29]. La riqueza que engloba la realidad aumentada lo hace ideal tanto para el maestro como para el alumno, en cuanto a la interactividad y manejo de los recursos digitales que se pueden ajustar a las necesidades propias de cada usuario, a lo que se suma su escalabilidad en poder modificar e implementar otros recursos cuando se requiera.

Los resultados del uso de la aplicación de RA demostró ser didáctica en el ámbito educativo de las matemáticas. Se es consciente que aún queda pendiente el desarrollo de otras funciones y actividades que permitan enriquecer la aplicación, y con ello ampliar el espectro de uso frente a otros problemas de comprensión de las matemáticas que requieren ser atendidos mediante el empleo de las TIC y tecnologías emergentes. En este sentido, el conocimiento dejó de pertenecer exclusivamente al interior del aula de clase que, al diseñar aplicaciones móviles como la RA con propósitos educativos, contribuye a la dinámica del currículo a través de la implementación de competencias digitales [30], donde profesores e institución tomen en cuenta este tipo de desarrollo para motivar al educando a su formación de manera racional y responsable.

Cabe mencionar, que el uso de la tecnología móvil no es la panacea en la educación, sin embargo, presenta opciones al proceso enseñanza-aprendizaje que deben ser considerados y evaluar con ello su verdadero alcance y potencialidad, puesto que hay detractores y partidarios en cuanto a la dependencia tecnológica de los estudiantes y dificultades de control por parte del profesor, por lo que se requiere de un estudio crítico acerca de las oportunidades y riesgos que presenta frente a una educación cambiante cada vez más dependiente de la tecnología [31,32].

Para finalizar, con este aporte se propende a generar un cambio en el paradigma de la enseñanza tradicional de las ciencias básicas, hacia un modelo flexible, dinámico, participativo, colaborativo y ubicuo, que acerque al estudiante de una manera amena y divertida, que como afirman [33], las áreas de las ciencias básicas conforman un pilar fundamental, puesto que permiten el desarrollo de habilidades y competencias disciplinares a través de la observación, inferencia, comprobación, comparación, afianzamiento, entre otras y así lograr el acceso al conocimiento. Dicho esto, en el proceso de formación de los ingenieros en general, las matemáticas son fundamentales y cualquier contribución que se haga desde el ámbito de las TIC y tecnologías emergentes que permita mejorar el rendimiento académico será bienvenido.

## Referencias

- [1] Márquez, D.J.E., Tecnologías emergentes, reto para la educación superior colombiana. *Revista Ingeniare*, 13(23), pp. 35-57, 2017. DOI: DOI:10.18041/1909-2458/ingeniare.2.2882
- [2] UNESCO, Harnessing the potential of ICTs for literacy teaching and learning. Effective literacy and numeracy programmes using radio, TV, mobile phones, tablets, and computers. Hamburg, Germany, 2014.
- [3] Area, M.M., Hernández, R.V. and Sosa, A.J., Models of educational integration of ICTs in the classroom. *Comunicar*, 24(47), pp. 79-87, 2016. DOI: 10.3916/C47-2016-08
- [4] Fernández, M.K. y Vallejo, C.A., La educación en línea: una perspectiva basada en la experiencia de los países. *Revista de Educación y Desarrollo*, 29, pp. 29-39, 2014.
- [5] Jerez, O.Y., Aprendizaje activo, diversidad e inclusión. Enfoque, metodologías y recomendaciones para su implementación. Ediciones Universidad de Chile, Chile, 2015.
- [6] UNESCO, ¿TICS para qué?. Algunas preguntas desde el enfoque de educación para todos. Enfoques estratégicos sobre las TICS en educación en América Latina y el Caribe. Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe (OREALC/UNESCO Santiago), Chile, 2013, pp. 25-30
- [7] Shuler, C., Winters, N. y West M., El futuro del aprendizaje móvil. Implicaciones para la planificación y la formulación de políticas. Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura, UNESCO, París, Francia, 2013.
- [8] Adams, B.S., Cummins, M., Davis, A., Freeman, A., Hall, G.C. and Ananthanarayan, V., The NMC horizon report: 2017 higher education edition. Resumen informe Horizon. Edición 2017. Educación superior. Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado (INTEF). Departamento de Proyectos Europeos, 2017.
- [9] Mealy, P., Virtual y augmented reality for Dummies®. John Wiley y Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, USA, 2018.
- [10] Blázquez, S.A., Realidad aumentada en educación. Universidad Politécnica de Madrid Gabinete de Tele-Educación. Campus de Excelencia Internacional, Madrid, España, 2017.
- [11] Cook, A., Jones, R., Raghavan A. and Saif I., Digital reality. The focus shifts from technology to opportunity operations, *Tech Trends* 2018. The symphonic enterprise. *Deloitte Insights*, 2018, pp. 75-92.
- [12] Vidal-Ledo, M., Lío-Alonso, B., Garrido, A.S., Muñoz-Hernández, A., Morales-Suárez I. del R., Toledo-Fernández. A.M., Realidad aumentada. *Educación Médica Superior*, 31(2), pp. 1-11, 2017.
- [13] Aznar, D.I., Romero, R.J.M. y Rodríguez, G.A., La tecnología móvil de Realidad Virtual en educación: una revisión del estado de la literatura científica en España. *EDMETIC, Revista de Educación Mediática y TIC*, 7(1), pp. 256-274, 2018. DOI: DOI:10.21071/edmetic.v7i1.10139
- [14] Otegui, C.J., La realidad virtual y la realidad aumentada en el proceso de marketing. *Revista de Dirección y Administración de Empresas*, 24, pp. 155-229, 2017.
- [15] Bonifaz, A.E. y Lozada, Y.R., Realidad aumentada sus desafíos en la Educación: aplicaciones en el Área Matemática, en: XII Congreso Internacional sobre educación bimodal, Colombia, Medellín, 4<sup>th</sup> Edición, pp. 1-13, 2016.
- [16] Muñoz, S.M. y Arena, P.D., Una aplicación de Realidad Aumentada para recorrer el sitio patrimonial "Aldea de San Lorenzo". *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería*, 26(Número Especial), pp. 65-76, 2018. DOI: 10.4067/S0718-33052018000500065
- [17] Mesquida, J.M. and Pérez, A., Estudio de Apps de realidad aumentada para uso en campos de aprendizaje en un entorno natural. *EduTec. Revista electrónica de tecnología educativa*. 62, pp. 19-33, 2017. DOI: 10.21556/edutec.2017.62.1017
- [18] Cabero, A.J., Vázquez, C.E. y López, M.E., Uso de la Realidad Aumentada como recurso didáctico en la enseñanza universitaria. *Formación Universitaria*, 11(1), pp. 25-34, 2018. DOI: 10.4067/S0718-50062018000100025
- [19] Marín, V., Posibilidades de uso de la Realidad Aumentada en la educación inclusiva. Estudio de caso. *Ensayos. Revista de la Facultad de Educación de Albacete*, 31(2), pp. 57-68, 2016.
- [20] Cuadros, D., Rodríguez, R.D. y Valderrama, C., Paralelo entre realidad aumentada, realidad virtual y 3D. *TIA*, 5(1), pp. 85-90, 2017.
- [21] Lanham, M., Learn ARCore - Fundamentals of Google ARCore. Learn to build augmented reality apps for Android, Unity, and the web with Google ARCore 1.0. Packt Publishing Ltd., Birmingham-Mumbai, UK, 2018.
- [22] Doğa, M., Fakültesi, B. y Mühendisliği, B., Arttırılmış Gerçeklik Geliştirme Araçları ve Google ARCore. in: 1<sup>st</sup> International Symposium on Multidisciplinary Studies and Innovative Technologies, November 2-4, Gaziosmanpaşa University, Tokat, Turkey, 2017.
- [23] Lacueva, P.F., Gracia B.M., Sanagustín G.M., González, M.C. y Romero S.M., TecsMedia: análisis realidad aumentada para entornos industriales, 2015, pp. 4-5.
- [24] Gasca, M.M., Camargo, A.L. y Medina, D.B., Metodología para el desarrollo de aplicaciones móviles. *Tecnura*, 18(40), pp. 20-35, 2014. DOI: 10.14483/udistrital.jour.tecnura.2014.2.a02
- [25] Terán, P.A., Ciberadicciones. Adicción a las nuevas tecnologías (NTIC). En: AEPap (ed.). Congreso de Actualización Pediatría 2019. Lúa Ediciones 3.0, Madrid, España, 2019, pp. 131-14.
- [26] Franchina, V., et al., Fear of missing out as a predictor of problematic social media use and phubbing behavior among flemish adolescents. *Int. J. Environ. Res. Public Health*, 15, 2319. pp. 2-18, 2018. DOI: 10.3390/ijerph15102319
- [27] Santana, M.P.C., García, R.M.a., Acosta, D. and Juárez, C.U., Service oriented architecture to support mexican secondary education through mobile augmented reality. *Procedia Comput. Sci.*, 10, pp. 721-727, 2012. DOI: 10.1016/j.procs.2012.06.092
- [28] Silva, J., Un modelo pedagógico virtual centrado en las E-actividades. *RED. Revista de Educación a Distancia*. 53(10), pp. 2-20, 2017. DOI: 10.6018/red/53/10
- [29] Adell, J. y Castañeda, L., Tecnologías emergentes. ¿Pedagogías emergentes?. En: Hernández, J, Pennesi, M, Sobrino, D y Vázquez, A., (Coord.), Tendencias emergentes en educación con TIC. Asociación Espiral, Educación y Tecnología, Barcelona, España, 2012, pp. 13-32.
- [30] Arias, G.M.A., Sandia, S.B. y Mora, G.E., La didáctica y las herramientas tecnológicas Web en la educación interactiva a distancia. *Educere*, 16(53), pp. 21-36, 2012.
- [31] Márquez, D.J.E., Aprendizaje móvil híbrido invertido como herramienta para la enseñanza de las matemáticas. Estudio de caso. En: Márquez, D.J. (Compilador, Ed.). Educación, Ciencia y Tecnologías Emergentes para la Generación del Siglo 21, Editorial UDistrital, Chía Cundinamarca, Colombia, 2019, pp. 10-29.
- [32] Cárdenas, R.H., Mesa, J.F. y Suarez, B.M., Realidad aumentada (RA): aplicaciones y desafíos para su uso en el aula de clase. *Educación y Ciudad*, 35, pp. 137-148. DOI: 10.36737/01230425.V0.N35.2018.1969
- [33] Jaramillo, M.J., Morales, A.L. y Coy, M.D., Una experiencia en el uso de metaversos para la enseñanza de la física mecánica en estudiantes de ingeniería. *Revista Educación en Ingeniería*, 12(24), pp. 20-30, 2017. DOI: 10.26507/rei.v12n24.778

**J.E. Márquez Díaz**, recibió título de Lic. en Física y Matemáticas en 1995, Ing. de Sistemas en 2010 de la Universidad Antonio Nariño, Bogotá-Colombia. Esp. en Docencia Universitaria, Esp. en Bioética y MSc. en Bioética de la Universidad el Bosque en 2004, Bogotá-Colombia. Esp. en Actuarial por la Universidad Antonio Nariño, Bogotá-Colombia. MSc. en Seguridad de la Información Empresarial en 2017, de la Universidad de Barcelona, España. Aplicante a Doctorado en Educación por la Universidad de Baja California, en el estado de Nayarit-México en 2020. Es docente investigador del programa de Ingeniería de Sistemas de la Universidad de Cundinamarca desde el año 2000 y docente catedrático de Ingeniería Civil y ambiental de la Universidad Militar Nueva Granada. Sus intereses investigativos incluyen: educación superior; telecomunicaciones; física y matemáticas avanzadas; bioética; tecnologías emergentes; inteligencia artificial; ciencias de la computación; analítica y ciencia de los datos; nanotecnología; ciberseguridad.  
ORCID: 0000-0001-6118-3865

**L.A. Morales-Espinosa**, recibe el título de Ing. de Sistemas en 2019 de la Universidad de Cundinamarca extensión Chía, Colombia. Trabajó como joven investigador en los grupos de investigación Nanoingeniería y Scientific, Academic Research Activity. Dentro de su campo laboral ha actuado como ingeniera full stack en ambientes de administración de tecnología, infraestructura, comunicaciones, soporte, analista de base de datos, gestora de proyectos y analista de seguridad de la información. Actualmente trabaja como analista funcional (oficial 2) en una empresa privada, en la que está a cargo de aplicaciones core que gestiona servicios.  
ORCID: 0000-0001-9684-1354