

Aportes al proceso de síntesis de mecanismos de Lung-Wen Tsai, contextualización contemporánea y aplicaciones

Camilo Osejo-Bucheli

Universidad de Nariño & Universidad del Valle, Cali, Colombia
camilo.osejo@correounivalle.edu.co, camiloosejo@udenar.edu.co

Resumen— Introducción: las ciencias y las artes aplicadas usan el proceso de síntesis para el diseño de mecanismos. Objetivo: motivar a la audiencia latinoamericana a la aplicación de la síntesis de mecanismos, presentando de forma resumida y en español las técnicas de síntesis de mecanismos. Traduciendo de forma fidedigna y sucinta los tipos de síntesis que compiló el profesor Lung-Wen Tsai en el libro *Mechanism Design*; presentándolas contextualizadas, citando también los desarrollos en el tema posteriormente a la publicación seminal de Tsai, y mostrar ejercicios de aplicación. Metodología: exégesis textual y análisis de contenido para presentar la traducción del documento en un artículo temático. Resultados: presenta las técnicas de síntesis de mecanismos en español con referencias actualizadas y contextualizadas con ejemplos. Conclusión: los métodos de síntesis de mecanismos son de aplicación intuitiva y no requieren mayor preparación para aplicarlos. El artículo constituye una base para una propuesta del proceso de diseño de mecanismos. Originalidad: facilita a los profesionales en formación el estudio y aplicación de la síntesis de mecanismos mediante la traducción, la discusión y la presentación de ejemplos.

Palabras clave— diseño de mecanismos, síntesis, teoría de grafos, matemáticas discretas.

Recibido: 31 de mayo de 2021. Revisado: 30 de noviembre de 2021. Aceptado: 12 enero 2022.

Contributions to process of mechanisms synthesis of Lung-Wen Tsai; contemporary contextualization and applications

Summary— Introduction: applied sciences and applied arts use the process of synthesis for the design of mechanisms. Objective: Motivate the Latin American audience to the application of mechanisms synthesis, presenting in a summarized way and in Spanish language the techniques of synthesis of mechanisms. Reliably and succinctly present the types of synthesis compiled by Professor Lung-Wen Tsai in the book *Mechanisms Design*, presenting it, contextualizing it, and showing application exercises. Methodology: textual exegesis and content analysis to present the translation of the document into a thematic article. Results: The article presents the techniques of synthesis of mechanisms in Spanish with updated references and contextualized with examples. Conclusion: the methods of synthesis of mechanisms are intuitive to apply and do not require further preparation to apply them, the article serves as a base for a method of mechanism design. Originality: facilitate the study and application of the synthesis of mechanisms by means of translation, discussion, and presentation of examples.

Keywords— mechanism design, synthesis, graph theory, discrete mathematics.

1 Introducción

El diseño de mecanismos es estudiado en las ciencias aplicadas -como lo son la ingeniería mecánica, la ingeniería industrial, la ingeniería de procesos-, así como en las artes aplicadas -como el diseño industrial y la arquitectura-.

El estudio de mecanismos es parte del diseño de maquinaria, y a su vez, la síntesis es parte del proceso de diseño de mecanismos. Debido a que el diseño de mecanismos involucra cierto nivel de creatividad, entendida como proceso de creación [2], [5], dos procesos mentales son usados: la

síntesis (mencionada anteriormente) y el análisis [1], [6], [4], [7], [8]. De éstas es la síntesis de mecanismos la que contribuye al diseño, generando alternativas sistemáticas [1]. El presente artículo explora las diferentes aproximaciones a la síntesis de mecanismos [1], [2], [3], [4].

Se entiende tradicionalmente que la síntesis de mecanismos está compuesta de síntesis de número, de tipo y de dimensión. Se llama síntesis estructural a la síntesis de número y de tipo. La síntesis estructural proporciona las características físicas del mecanismo con respecto del tipo de eslabones y articulaciones. La síntesis dimensional, por otro lado, es la determinación de las dimensiones finales de las barras para lograr las características de movimiento deseadas, asegurando que el mecanismo sigue una trayectoria especificada o se mueve a través de ciertos puntos, y teniendo en cuenta consideraciones de velocidad y aceleración [2].

El presente artículo muestra la propuesta metodológica de síntesis de Lung-Wen Tsai en los capítulos 1 a 4 del libro “*Diseño de mecanismos, enumeración de estructuras cinemáticas de acuerdo con su función*”. En estos capítulos, el autor aborda los conceptos básicos de teoría de grafos, los cuales considera esenciales para el análisis y síntesis de mecanismos. Ofrece tres tipos de síntesis, los cuales se exponen en este artículo. El autor argumenta la importancia de la síntesis de grafos para representar y enumerar las estructuras de los mecanismos para el diseño [1].

1.1 Literatura relevante

La síntesis gráfica y representación de mecanismos es uno de los temas de estudio más importantes dentro del diseño de maquinaria. Entre las primeras propuestas de este tipo de síntesis es la formulada por Tomás (1968), basada en programación no lineal; el autor propuso una metodología útil para las síntesis de casi todos los mecanismos, formulándolos como problemas de programación no lineal; aunque la metodología no requería expresiones matemáticas complejas, sí requería un conocimiento fuerte de matemáticas; esta se demostró útil para resolver problemas que otros métodos no habían logrado resolver hasta el momento [3]. Casi diez años después se presentaría por Roth y Yang, una metodología para hacer variantes instantáneas, una herramienta más eficiente de resolver problemas de cinemática de mecanismos; en esta metodología logran los autores una alternativa para resolver problemas típicos de síntesis cinemática [4]. En los últimos veinte años, se ha venido avanzando en la construcción de metodologías para el diseño de mecanismos planares por medio de la optimización de la síntesis [5]. Aunque la propuesta descrita

anteriormente, no es novedosa en su planteamiento, ya que se había tratado años antes [6], la diferencia radica en la aplicación de sistemas de computador para facilitar el ejercicio. La propuesta que da la base a la construcción de Tsai, es presentada por Schmidt y otros (2000); los autores construyen lo que llamaron una aproximación de gramática de mecanismos por medio de la síntesis de grafos [2]. Otros desarrollos aparecen en la literatura académica de tipo más específico, como el estudio de ángulos óptimos de transmisión de movimiento [7], o la propuesta de síntesis óptima para mecanismos específicamente para seis barras [8]. Una de las fuentes más importante de publicaciones académicas sobre diseño de mecanismos, en especial sobre el tema de este artículo, que es síntesis de mecanismos, es el *Journal of Mechanism and Machine Theory*, que en los últimos años, sobre el tema de síntesis de mecanismos, ha publicado varios artículos de gran relevancia, entre ellos: Kirmse y otros [9] presentan también un método de síntesis con optimización; los autores proponen una nueva aproximación a la síntesis enfocada a mecanismos con múltiples salidas, gracias a que el proceso de optimización es más estable, según reportan los autores. Norman-Paris y otros, presentan una implementación de mecanismos de simulación háptica (relativo al tacto) usando sistemas de retroalimentación háptico, de donde concluyen presentando una síntesis háptica [10]. En uno de los artículos más recientes y consistentes con la propuesta de este artículo, aparece la propuesta de Jia y otros [11], en donde presentan un desarrollo de un método de síntesis para mecanismos metamórficos, lo que les permite construir mecanismos de 2 grados de libertad aplicándolos a pinzas de agarre. La simplicidad y versatilidad de los mecanismos para los que se emplea esta propuesta de síntesis hace que tenga grandes potencialidades de aplicación. El área de investigación de síntesis de mecanismos es de gran dinamismo y continuo desarrollo. Al mismo tiempo, la necesidad del diseño de mecanismos no ha disminuido con el aumento de la tecnología de la producción, de hecho, es posible decir, que los adelantos tecnológicos, como la impresión tridimensional, han acercado el requerimiento de mecanismos aplicados al diseño de maquinaria a la pequeña industria.

1.2 Problema

Es necesario entonces, proponer un recurso académico disponible para el diseño de mecanismos. Se requiere la presentación de alguno de los procesos explorados en la revisión de literatura relevante para síntesis de mecanismos, y la identificación de aquel de mayor versatilidad. Entre las metodologías disponibles aparece, presentada por un autor seminal en el tema, la metodología de Tsai y otros (1987,1988,1998) recopilada en Tsai (2000). El libro "*Diseño de mecanismos*" nunca fue traducido al castellano.

1.3 Objetivo

Utilizar la teoría de grafos para la síntesis de mecanismos planares. Presentar de forma resumida y en español las técnicas conocidas para motivar a la audiencia latinoamericana a la aplicación de grafos en la síntesis de cadenas cinemáticas. Presentar métodos de síntesis de mecanismos de una forma accesible para profesionales de diferentes áreas del conocimiento. Se escogió la propuesta de Tsai mencionada anteriormente, y se compendia de forma que pueda ser

abordada en su totalidad en este artículo. Por lo tanto, el objetivo de este escrito es avanzar en la propuesta de presentación de la metodología de diseño de mecanismos. Se pretende presentar una introducción a la matemática discreta de forma que pueda servir como inducción a la síntesis de grafos. Presentar también, de forma didáctica el método de síntesis de mecanismos que propone Tsai, y al mismo tiempo hacer una traducción textual y ajustada al lenguaje de la cátedra del tema en Colombia. Se espera presentar un texto que sea útil para consulta y estudio en las cátedras de diseño de mecanismos y máquinas de diferentes disciplinas, no sólo de las ingenierías, sino algunas de las mencionadas anteriormente. La síntesis de grafos, usada como "gramática" de síntesis puede ser usada también como documento de referencia en las artes aplicadas como diseño industrial o inclusive arquitectura, es por esto que se presentará selectivamente para incluir como un todo funcional, esta parte de la propuesta de Tsai.

1.4 Alcance

Este artículo presenta cadenas cinemáticas planares de hasta seis barras. Aborda de forma descriptiva otros eslabonamientos y presenta brevemente engranajes y levas. Con respecto a la síntesis de mecanismos, Tsai dedica una extensión considerable a estudiar la representación matricial de grafos y sus correspondientes estructuras cinemáticas. En este artículo no se menciona, ni se trata la representación matricial, principalmente porque el álgebra lineal, rama de la matemática que se ocupa del estudio y operación de matrices, si bien es tema de estudio obligatorio para las ingenierías que estudian diseño de maquinaria, no lo es para las artes aplicadas. Adicionalmente, las diferentes escuelas de ingeniería tienen currículos diversos y autónomos y, por tanto, asumimos que no necesariamente el lector de este artículo tiene dominio sobre el tema.

Con respecto al texto original, el alcance de este artículo se limita a la porción del libro de Tsai que aborda la síntesis de cadenas cinemáticas en los primeros cuatro capítulos. La síntesis de grafos puede ser usada en aislamiento, como único método, para diseñar alternativas de mecanismos empleando la metodología como una "gramática" de grafos según lo llamó Balli [2]. Lo que facilitaría el uso en disciplinas diferentes a las ingenierías.

Finalmente, y recordando lo que se dijo en el inicio de la introducción, una parte importante del proceso de estudio y diseño de mecanismos es la síntesis. A pesar de que este artículo trata expresamente ese tema, y esperar otro contenido estaría fuera de las expectativas, el proceso de análisis como proceso mental, es conjunto de la síntesis. El análisis de cadenas cinemáticas no se trata en este artículo.

2 Materiales y métodos

Si se tiene en cuenta que el centro del artículo es presentar la traducción de una propuesta, el método que debe utilizarse es de carácter cualitativo y es la exegesis textual.

Recordando que se requiere presentar un tema de forma completa, extraído de un texto monográfico que el autor presentó en 400 páginas, e involucraba diferentes métodos de tratamiento de mecanismos, además de ejercicios y resúmenes entre otros, se requirió usar el análisis de contenido para hacer la selección del tema que se presentará

de una manera total, completa y sintética. El protocolo aplicado consistió en: 1. Estudio y entendimiento de la línea temática en la obra de Tsai. 2. Selección de las porciones de texto que deben incluirse en un artículo, en las que el autor presente de forma sistemática y utilizable la síntesis de mecanismos. 3. Presentar de forma coherente en un texto completo y consolidado lo que se requiere para usar como guía de síntesis de estructuras cinemáticas. 4. Construir un artículo que, al mismo tiempo, respete los acápites de la obra original y presente la estructura de un artículo académico de acceso libre. 5. Proponer aplicaciones originales de la propuesta de síntesis.

3 Resultados

Un grafo es un juego de vértices (puntos) junto con un juego de aristas, o líneas. El grafo se denota con el símbolo G , el vértice con v y las aristas o líneas con a . Llamamos un grafo con v vértices y a líneas un grafo (v,a) . Los vértices finales se llaman puntos finales. Se especifica una arista por sus puntos finales, que es a_{ij} , lo que denota que la línea se conecta con los vértices i & j . una arista se dice que es incidente de un vértice, si el vértice es un punto final de la arista. Los dos puntos finales de un vértice se dice que son adyacentes. Dos aristas son adyacentes si son incidentes de un vértice común.

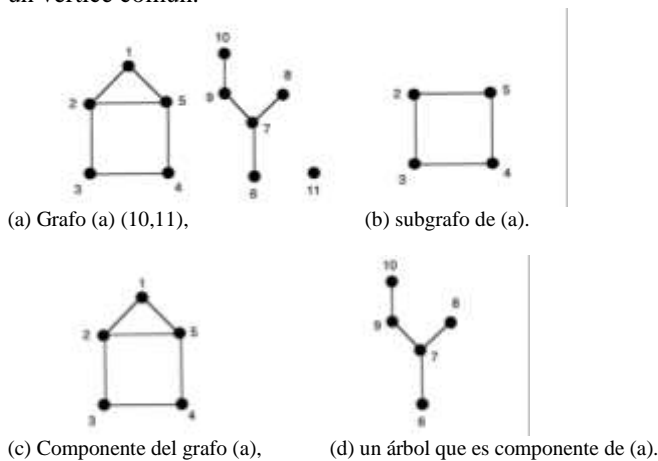


Figura 1. Grafo y sus componentes. Fuente: Tsai (2001, p.34)

3.1 Grado de un vértice

El grado de un vértice es definido por el número de aristas incidentes a él. Un vértice de grado cero se llama *vértice aislado*. Un vértice de grado dos, es un vértice binario y uno de grado tres, uno ternario.

3.2 Caminos y circuitos

Una secuencia alternativa de vértices y aristas, comenzando y terminando con un vértice se llama camino. Un camino se llama ruta si todas las aristas son distintas. Se llama sendero si todos los vértices y por lo tanto las aristas son diferentes. En un sendero ninguna arista se atraviesa más de una vez. La longitud de un sendero se define por el número de aristas entre el vértice del comienzo y el del final. Si cada vértice aparece una vez, excepto que el de comienzo y final es el mismo, el sendero se llama un circuito.

3.3 Grafos conectados, subgrafos y componentes

Se dice que dos vértices están conectados si existe un sendero de un vértice al otro. (Nótese que dos vértices conectados no necesariamente son adyacentes). Se dice que un grafo G está conectado si cada vértice en G está conectado con los demás con por lo menos un camino. El grado mínimo de un vértice en un grafo conectado es igual a 1.

Un subgrafo de G es un grafo que tiene todos los vértices y aristas conectados a G , y es un grafo que se obtiene removiendo un número de vértices y/o aristas de G . Remover un vértice implica remover todas las aristas incidentes a ese vértice, mientras que remover una arista no necesariamente implica remover los puntos finales, aunque esto resultara en uno o dos vértices aislados.

Un grafo G puede contener muchas piezas llamadas componentes, cada uno de ellos es un subgrafo conectado de G . Por definición un grafo conectado tiene un solo componente, de otra manera es un grafo desconectado.

3.4 Puntos de articulación, puentes y bloques

Un punto de articulación o punto de corte de un grafo es un vértice cuya remoción resulta en el incremento del número de componentes. Un puente es una arista cuya remoción resulta en un incremento del número de componentes. Un grafo se llama bloque si está conectado y no tiene puntos de corte. El grado mínimo de un vértice en un bloque es igual a dos.

3.5 Aristas paralelas, cuerdas y multigrafos

Se dice que dos aristas son paralelas si los puntos finales de las dos aristas son idénticos. Un grafo se llama multígrafo si contiene aristas paralelas. Una cuerda o bucle, es una arista que se conecta con el mismo vértice. Un grafo que no contiene bucles ni aristas paralelas se llama un grafo simple. En este texto, cuándo se usa el término “grafo” se implica un grafo simple a menos que sea explícito que no lo es.

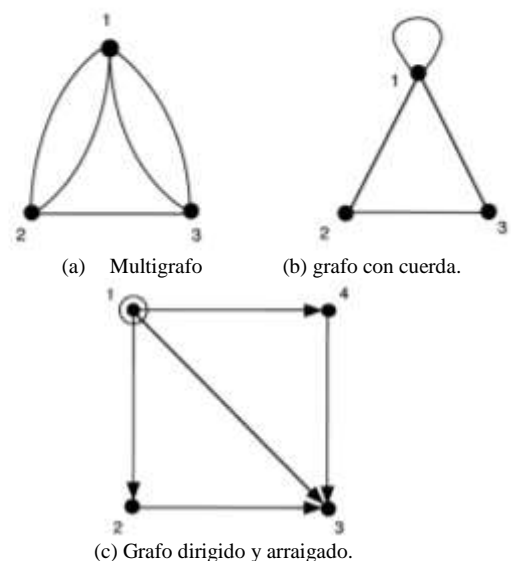


Figura 2. Multigrafo, grafo con cuerda y grafo arraigado. Fuente: Tsai (2001, p.36).

3.6 Grafo dirigido y grafo arraigado o arraigado

Cuando se asigna una dirección a cada arista del grafo el grafo se le llama grafo dirigido. Un grafo arraigado es un grafo en el cual uno de los vértices tiene una identificación única y diferente de los demás. Este vértice identificado se llama raíz. La raíz es comúnmente usada para denotar la barra fija, chasis, base, o armadura del mecanismo. Se simboliza con dos círculos concéntricos.

3.7 Grafo completo y bipartita

Si cada par de vértices distintos en un grafo están conectados por una arista el grafo se llama grafo completo. Por definición un grafo completo tiene un solo componente. Un grafo completo de n vértices contiene $n(n-1)/2$ aristas y se denota como grafo K_n .

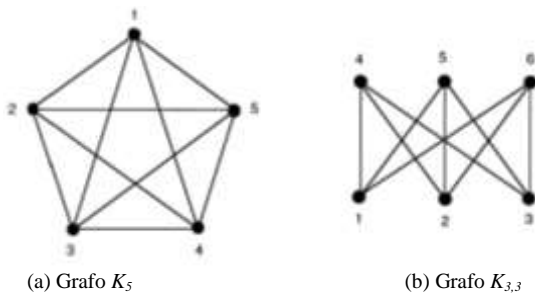


Figura 3. Grafo K_5 y Grafo $K_{3,3}$.
Fuente: Tsai (2001, p.37)

Se dice que un grafo G es bipartita si sus vértices pueden partirse en dos subgrupos V_1 y V_2 , tales que cada arista de G conecta un vértice de V_1 con un vértice de V_2 . Además, es llamado bipartita completo si cada vértice de V_1 está conectado con cada vértice de V_2 por una sola arista. Un bipartita completo se denota $K_{i,j}$, donde i es el número de vértices en V_1 y j el número de vértices en V_2 .

3.8 Grafos isomorfos

Dos grafos se llaman isomorfos si existe una correspondencia de uno a uno entre sus vértices y aristas que preserva la incidencia. Los dos grafos isomorfos deben tener el mismo número de vértices y el mismo número de aristas y los grados de los vértices correspondientes debe ser igual de uno al otro.

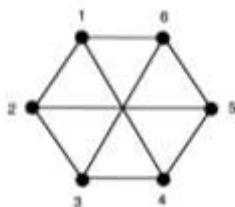


Figura 4. Grafo (6,9).
Fuente: Tsai (2001, p.37)

3.9 Árboles y sus propiedades

Un árbol es un grafo conectado que no tiene circuitos. T es un árbol que no contiene circuitos, está compuesto por v vértices y posee las propiedades mencionadas a continuación.

- cualquier par de vértices de T está conectado por un sólo camino exactamente.
- T contiene $(v - 1)$ aristas.
- si se conecta dos vértices cualesquiera de un árbol con una arista se consigue un grafo con uno y sólo un circuito.

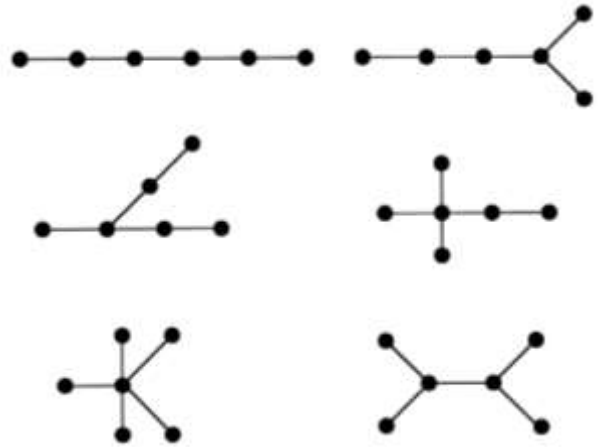


Figura 5. Una familia de árboles de seis vértices.
Fuente: Tsai (2001, p.39)

3.10 Grafos planares

Se dice que un grafo está incorporado en un plano cuando se dibuja en una superficie plana de tal forma que sus aristas son dibujadas como líneas rectas y ningún par de sus aristas se intersecan. Un grafo es planar si se puede incorporar en un plano. Específicamente, si G es un grafo planar, existe un grafo isomórfico G' tal que G' pueda ser incorporado en un plano. G' se dice que es la representación planar de G .

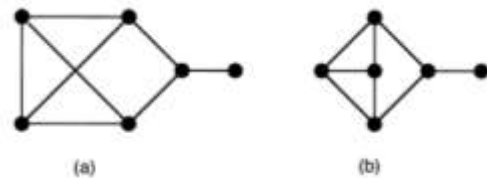


Figura 6. Un grafo y su incorporación planar.
Fuente: Tsai (2001, p.39)

El grafo completo y el grafo bipartita no son planares:

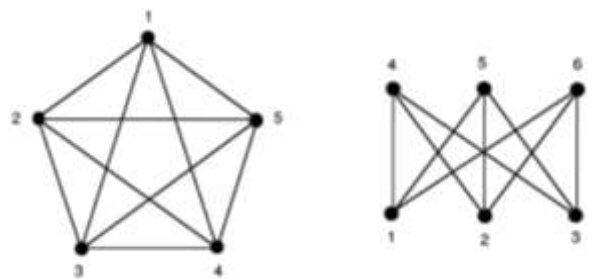


Figura 7. Grafo K_5 y grafo $K_{3,3}$.
Fuente: Tsai (2001, p.37)

Las representaciones planares de un grafo dividen el plano en varias regiones conectadas llamadas circuitos. Cada circuito está limitado por varias aristas del grafo. La región externa al grafo es llamada circuito externo o circuito periferal. Por ejemplo, la Fig. 8 muestra un grafo con sus circuitos y el circuito periferal.

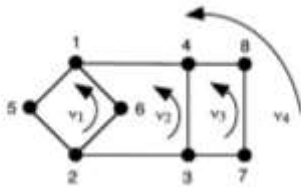


Figura 8. Grafo (8,10), es un grafo planar.
Fuente: Tsai (2001, p.40).

Teorema: un grafo está incorporado en un plano, si y solo si está incorporado en una esfera.

Corolario: la incorporación planar de un grafo puede ser transformado en una diferente representación planar tal que cualquier circuito especificado se vuelva el circuito externo.

Obviamente la naturaleza de “planariedad” de un grafo no es afectada ya sea dividiendo una arista en dos por la inserción de un vértice o por revertir este proceso. Se dice que dos grafos son homeomorfos si uno puede hacerse isomórfico del otro por la aplicación de este proceso. Teorema de Kuratowski: puede ser aplicado para la identificación de grafos planares [12].

Teorema: un grafo es planar si y solo si este no contiene subgrafos homeomorfos a los grafos K_5 o $K_{3,3}$.

3.11 Árboles de extensión y circuitos fundamentales

Un árbol de extensión (N. del T. se le llama también árbol de extensión, árbol libre o de cubrimiento de coste mínimo) T es un árbol que contiene todos los vértices de un grafo conectado G . Claramente T es un subgrafo de G . Correspondiendo a un árbol de extensión, el conjunto de aristas A de G puede ser descompuesto en dos conjuntos diferentes llamados *arcos* y *cuerdas*. Los arcos de G consisten en todos los elementos de A que forman el árbol de extensión T , mientras que las cuerdas consisten en todos los elementos de E que no están en T . La unión de arcos y cuerdas forman el conjunto E . En general el árbol de extensión de un grafo conectado no es único. La adición de una cuerda a un árbol de extensión forma uno y precisamente un circuito. La colección de todos los circuitos con respecto a un árbol de extensión forma un juego de circuitos independientes o circuitos fundamentales.

En la Fig. 9 se muestra el grafo G (5,7) y su árbol de extensión T .

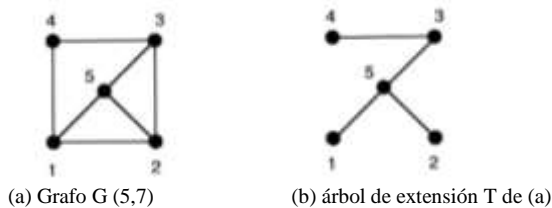


Figura 9. Grafo G y su árbol de extensión T .
Fuente: Tsai (2001, p.41).

En la Fig. 10 se muestran los circuitos fundamentales con respecto al árbol de extensión (b) de la Fig. 9.

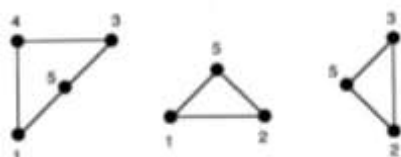


Figura 10. Circuitos fundamentales de G con respecto de T .
Fuente: Tsai (2001, p.41).

Los arcos de G consisten en las aristas: e_{15} , e_{25} , e_{34} y e_{35} . Las cuerdas de G consisten en las aristas e_{12} , e_{23} y e_{14} . La siguiente Figura muestra un circuito obtenido por la combinación lineal de dos circuitos fundamentales.

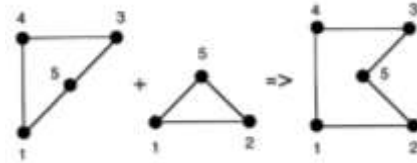


Figura 11. Combinación lineal de circuitos fundamentales.
Fuente: Tsai (2001, p.41).

3.12 Ecuación de Euler

Hagamos que L denote el número independiente de circuitos de un grafo planar conectado y \underline{L} represente el número total de circuitos. Entonces:

$$\tilde{L} = L + 1. \tag{2.1}$$

La ecuación de Euler, la cual relaciona el número de vértices, el número de aristas y el número de circuitos de un grafo planar conectado puede ser escrita de la siguiente manera:

$$\tilde{L} = e - v + 2. \tag{2.2}$$

En términos del número de circuitos independientes tenemos:

$$L = e - v + 1. \tag{2.3}$$

3.13 Características topológicas de los grafos planares

En esta sección se explorarán algunas propiedades fundamentales de los grafos planares conectados que son esenciales para el análisis y síntesis estructural de los mecanismos.

Dejemos que d_i denote el grado de un vértice i , y a denote el número de aristas en un grafo G . dado que cada arista es incidente a dos vértices, este contribuye en 2 a la suma de grados de los vértices. Por lo tanto, la suma de los grados de todos los vértices en un grafo es igual al doble de número de aristas:

$$\sum_i d_i = 2a. \tag{2.4}$$

Para el grafo (8,10) mostrado en la Fig. 8 tenemos $d_1=d_2=d_3=d_4=3$, y $d_5=d_6=d_7=d_8=2$, por lo tanto:

$$\sum_{i=1}^8 d_i = 4 \times 3 + 4 \times 2 = 2 \times 10.$$

Hagamos que los vértices sean partidos en dos grupos: uno consistente de vértices de grado par y otro de vértices de grado impar. Luego la ecuación (2.4) puede ser reorganizada así:

$$\sum_i d_i (\text{vertices de grado par}) + \sum_i d_i (\text{vertices de grado impar}) = 2e \tag{2.5}$$

Dado que $\sum_i d_i$ de los vértices de grado par y $2a$ son ambos números pares, es de esperarse que el número de vértices en un grafo con grado impar sea par.

Hagamos que L_i denote el número de ciclos con i aristas. Por definición,

$$\tilde{L} = \sum_i L_i. \tag{2.6}$$

Dado que cada arista sirve como límite de dos circuitos, esta contribuye 2 a la suma del producto $i \times L_i$. Por lo tanto,

$$\sum_i iL_i = 2a. \tag{2.7}$$

Déjese que v_k denote en número de vértices de grado k , de tal forma que v_2 denota el número de vértices de grado dos, v_3 el número de vértices de grado tres, etc. Así que:

$$\sum_i v_i = v_2 + v_3 + v_4 + \dots + v_m = v. \tag{2.8}$$

Donde m denota el grado máximo de un vértice. Desde que cada arista tiene dos vértices finales y cada uno de los vértices v_k son incidentes por k aristas, se tiene que:

$$\sum_i iv_i = 2v_2 + 3v_3 + \dots + mv_m = 2a. \tag{2.9}$$

Multiplicando la ecuación (2.8) por 3, y substrayendo la ecuación (2.9) de la expresión resultante se encuentra:

$$3(v_2 + v_3 + v_4 + \dots + v_m) - (2v_2 + 3v_3 + 4v_4 + \dots) = 3v - 2a. \tag{2.10}$$

La cual puede ser escrita como:

$$v_2 = 3v - 2a + (v_4 + 2v_5 + \dots + v_m). \tag{2.11}$$

La ecuación (2.11) tiene implícito que el número de vértices binarios está unido por la siguiente ecuación:

$$v_2 \geq 3v - 2a. \tag{2.12}$$

3.14 Grafos contraídos

Definimos como una *cuerda binaria* de longitud k como una cuerda de k vértices de grado 2 conectado en serie por $k+1$ aristas como se muestra en la Fig. 12.

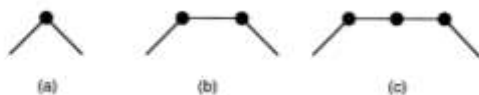
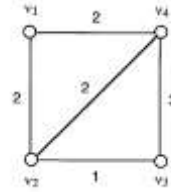


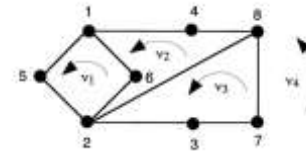
Figura 12. Cuerdas binarias de longitud uno, dos y tres. Fuente: Tsai (2001, p.51).

Los vértices iniciales y finales de una cuerda final son necesariamente incidentes a vértices no binarios. Por ejemplo, el grafo $G(8,10)$ (Fig. 13) contiene dos cuerdas binarias de longitud 1 y una cuerda binaria de longitud 2. la

primera cuerda binaria contiene el vértice 5, la segunda contiene el vértice 6 y la tercera contiene el vértice 7 y 8.



(a) Un grafo dual etiquetado.



(b) Grafo (8,10) que tiene un dual con el mismo etiquetado de aristas.

Figura 13. Grafos duales. Fuente: Tsai (2001, p.54).

Un grafo contraído se obtiene reemplazando cada cuerda binaria en un grafo por una sola arista. Otra condición es que un grafo contraído no tiene vértices binarios. Pero puede contener aristas paralelas [13]. El proceso de remover una cuerda binaria y reemplazarla por una sola arista se llama *contracción*.

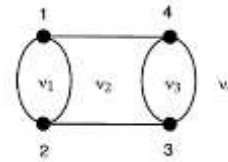


Figura 14. Un grafo contraído. Fuente: Tsai (2001, p.51).

De lo anterior se nota que un grafo convencional genera un único grafo contraído. Por otro lado, dado un grafo contraído, muchos grafos convencionales pueden ser contruidos a partir de este, reemplazando las aristas con cuerdas binarias de ciertas longitudes deseadas. El proceso de reemplazar una arista en un grafo contraído con una cuerda binaria se llama *expansión*. Dejemos que v^c sea el número de vértices, a^c sea el número de aristas, y \tilde{L}^c el número total de circuitos en un grafo contraído entonces:

$$v^c = v - v_2 \tag{2.36}, \tag{2.37}, \tag{2.38}$$

$$e^c = e - v_2$$

$$\tilde{L}^c = e^c - v^c + 2 = \tilde{L}.$$

Desde que cada cuerda binaria de longitud i contiene i vértices binarios, lo siguiente será:

$$b_1 + 2b_2 + 3b_3 + \dots + qb_q = v_2 \tag{2.39}$$

Donde b_i denota el número de cuerdas binarias de longitud i , y q denota la cuerda binaria más larga de un grafo convencional. Se considerará una cuerda binaria de longitud cero como un caso especial en el cual dos vértices de un grafo mayor a dos están conectados directamente por una arista. De la definición de un grafo contraído se deduce:

$$b_0 + b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_q = e^c \quad (2.40)$$

3.16 El grafo y su dual

Para el grafo convencional (8,10) mostrado a continuación se tiene que $v=8$, $a=10$, $\tilde{L}=4$, $v_2=4$, $b_0=3$, $b_1=2$, y $b_2=1$.

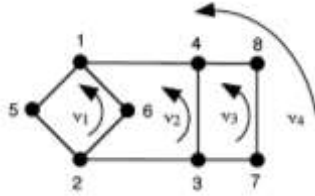


Figura 15. Grafo (8,10) de $v=8$, $a=10$, $L=4$.
Fuente: Tsai (2001, p.54).

Las ecuaciones (2.36), (2.37) y (2.38) predicen que $v^c = 8 - 4 = 4$, $e^c = 10 - 4 = 6$, y $\tilde{L}^c = 4$, lo cual puede ser verificado fácilmente en el grafo contraído:

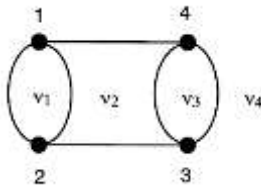


Figura 16. Un grafo contraído.
Fuente: Tsai (2001, p.51).

Obviamente, las ecuaciones (2.39) y (2.40) están también satisfechas.

3.15 Grafos duales

El grafo dual de un grafo convencional es un grafo en el cual los vértices representan circuitos (incluyendo el circuito periferal) y los circuitos del dual representan los vértices del convencional. Dado un grafo convencional G , su grafo dual G^* se construye así: ponga un vértice en cada circuito de G , y si dos circuitos adyacentes de G comparten una arista común a , conecte los vértices correspondientes de G^* con una arista a^* a través de a . El dual de un grafo simple puede contener auto-circuitos si el grafo original tiene puentes. También puede convertirse en un multígrafo si hay vértices binarios en el grafo original. La siguiente Figura muestra la construcción de un grafo dual partiendo de uno convencional:

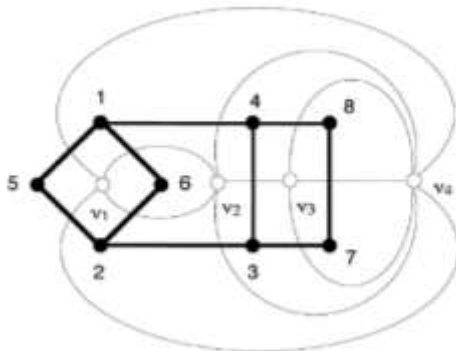


Figura 17. Un grafo y su dual.
Fuente: Tsai (2001, p.53).

Como se muestra en la Fig. 17, se trazó el grafo dual de acuerdo con las indicaciones anteriores. Dado que los circuitos 3 y 4 en el grafo convencional están divididos por las aristas e_{37} , e_{38} , y e_{84} , en el correspondiente dual, v_3 y v_4 están conectados por tres aristas paralelas. De forma similar hay dos aristas paralelas conectando v_1 y v_2 , v_1 y v_4 , y v_2 y v_4 . Para simplificar más la notación, se reemplazan las aristas paralelas en un grafo dual por una sola arista y se la etiqueta con el número de aristas paralelas.

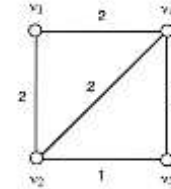


Figura 18. Un grafo dual etiquetado.
Fuente: Tsai (2001, p.54).

La Fig. 18 muestra un grafo dual con aristas etiquetadas de acuerdo con lo presentado anteriormente en la Fig. 17. Nótese que, en el grafo dual simple, las dos aristas paralelas entre v_2 y v_4 están divididos por la cadena de vértices $v_2 - v_3 - v_4$. En el grafo dual etiquetado en la Fig. 18 esta información se pierde. Por esta razón un grafo dual etiquetado podrá dar lugar a convertirse en más de un grafo convencional, simple o sin etiquetar. La Fig. 19 muestra un segundo grafo que comparte el mismo dual y aristas etiquetadas que el dual original en la Fig. 17.

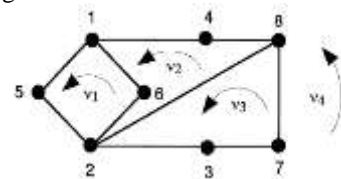


Figura 19. Un grafo con las mismas aristas etiquetadas que el dual.
Fuente: Tsai (2001, p.54).

Por definición, el dual de un grafo planar también es un grafo planar, y por consiguiente, el dual del dual de G será el grafo G original. Aunque es de notar que un grafo con más de un incorporamiento planar puede dar origen a más de un grafo dual, tal como se muestra a continuación.

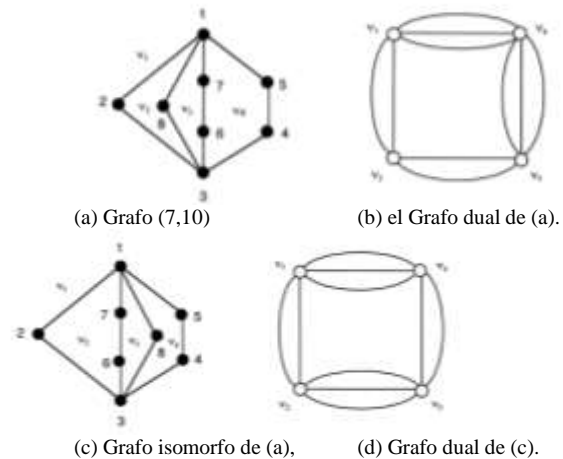


Figura 20. Dos grafos isomorfos originando dos grafos duales diferentes.
Fuente: Tsai (2001, p.55).

Se resume la correspondencia entre un grafo convencional y su dual de la siguiente manera: (1) los vértices de un grafo dual corresponden a los circuitos de un grafo convencional. (2) los circuitos de un grafo dual corresponden a los vértices de un grafo convencional. (3) el grado de un vértice en un grafo dual corresponde al número de aristas en un circuito de un grafo convencional. Hagamos que v^d denote en número de vértices, a^d el número de aristas, y \tilde{L}^d el número total de circuitos en un grafo dual. Las siguientes relaciones se mantienen.

$$v^d = \tilde{L} \quad (2.43)$$

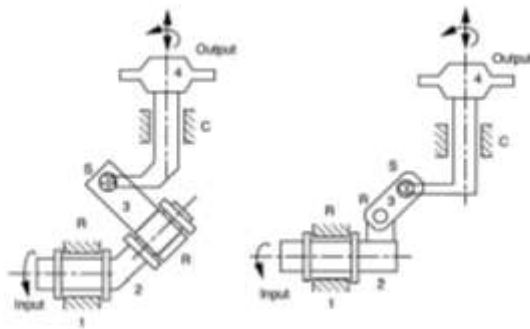
$$e^d = e \quad (2.44)$$

$$\tilde{L}^d = v. \quad (2.45)$$

Sohn y Freudenstein en [14], aplicaron el concepto de grafos duales para el desarrollo de un procedimiento automatizado para la enumeración de las estructuras cinemáticas de los mecanismos.

3.17 Representaciones funcionales esquemáticas

La Representación funcional esquemática, se refiere a la sección transversal más familiar de un mecanismo. Solo se muestran los elementos funcionales esenciales para la topología estructural de un mecanismo. Dos esquemas funcionales representando diferentes estructuras físicas pueden algunas veces compartir la misma topología estructural.

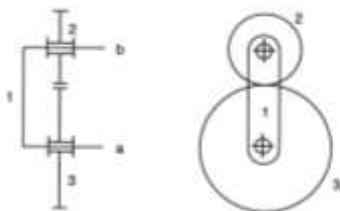


(a) mecanismo RRSC-1 y, (b) mecanismo RRSC-2.

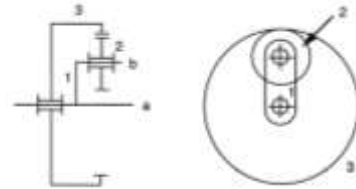
Figura 21. Dos mecanismos espaciales diferentes con la misma topología estructural.

Fuente: Tsai (2001, p.61).

De manera similar, varios trenes de engranajes con dentados internos y/o externos pueden compartir la misma topología estructural.



(a) Tren de engranaje con dentado externo.



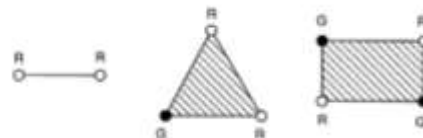
(b) Tren de engranaje con dentado interno.

Figura 22. Representación funcional esquemática de dos juegos de engranajes que comparten la misma topología estructural.

Fuente: Tsai (2001, p.62).

3.18 Representación estructural

En una representación estructural, cada eslabón de un mecanismo es denotado por un polígono cuyos vértices representan los pares cinemáticos. Específicamente un eslabón binario es representado por una línea con dos vértices finales, y un eslabón ternario representado por un triángulo asociado con tres vértices, un eslabón cuaternario es representado por un cuadrilátero asociado con cuatro vértices etc. La Fig. 23 muestra un eslabón binario, ternario y cuaternario. Los vértices de una representación estructural pueden ser coloreados para la identificación de los pares. Por ejemplo, los vértices sólidos (en color negro) se usan para denotar pares de engranaje, mientras que los vacíos denotan una junta de revolución.



(a)Eslabón Binario (b) Eslabón Ternario (c) Eslabón cuaternario

Figura 23. Representación estructural de eslabones.

Fuente: Tsai (2001, p.63).

La representación estructural de un mecanismo es definida de forma similar, excepto que el polígono que denota el eslabón fijo está rotulado de forma respectiva. A diferencia de la representación esquemática funcional, las dimensiones de un mecanismo como la distancia de descentrado, y el ángulo de giro entre dos eslabones adyacentes, etc., no se muestran en este tipo de representación.

La Fig. 24 muestra la representación estructural de los dos mecanismos espaciales RRSC, donde las etiquetas de las aristas denotan el número del eslabón y la etiqueta de vértice denota el tipo de unión. La figura muestra que los cuatro eslabonamientos están conectados en un circuito cerrado por juntas: revoluta, revoluta, esférica y cilíndrica. Llegamos a la conclusión de que ambos mecanismos mostrados comparten la misma topología estructural.

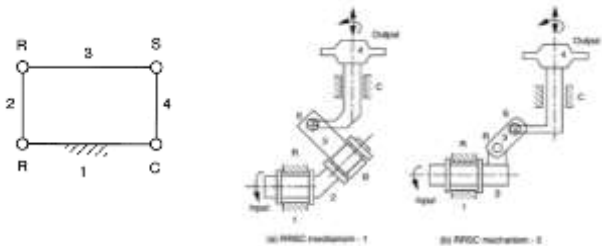


Figura 24. Representación estructural y sus alternativas en funcional esquemática.

Fuente: Tsai (2001, p.61,64).

La Fig. 25 muestra un tren de engranajes planetario. En su representación esquemática (a), su representación cinemática (b), su representación funcional esquemática (c) y su representación estructural cinemática (d).

Puede notarse que, en el nivel de abstracción de la representación estructural cinemática, el tipo de dentado de los engranajes no se especifica. Por lo tanto, la estructura cinemática (d) puede traducirse en más de una representación funcional esquemática (c). Cada par de engranajes puede asumir un dentado interno o externo. Por lo tanto, no existe una correspondencia de uno a uno entre la representación funcional esquemática y la representación estructural. Es natural concluir que, para identificar la diferencia, se requiere un nivel adicional de abstracción.

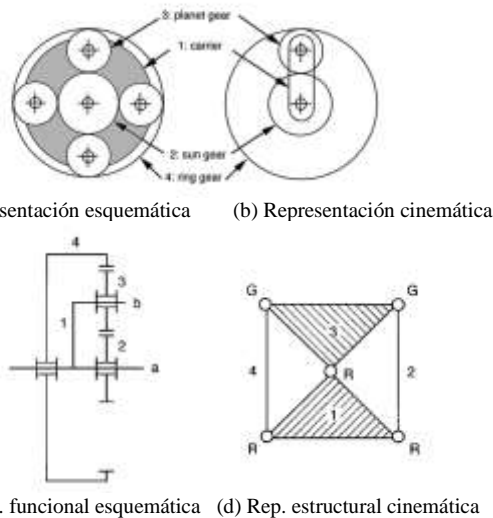


Figura 25. Representación funcional y estructural de un tren de engranajes planetarios equivalentes al mostrado en la Fig. 22. Fuente: Tsai (2001, p.61-65).

Es posible utilizar, por ejemplo, G_i para representar un dentado de engranajes interno y G_o para un dentado externo.

La Fig. 26 muestra la representación esquemática y estructural de dos engranajes que comparten una misma representación estructural y diferentes representaciones funcionales esquemáticas equivalentes.

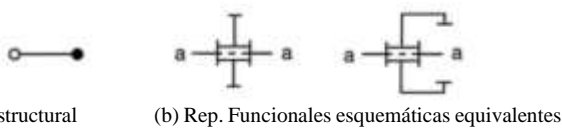


Figura 26. Dos representaciones funcionales esquemáticas que derivadas de una misma representación estructural. Fuente: Tsai (2001, p.66).

3.19 Grafo de representación

El grafo de representación es una representación más abstracta del mecanismo en donde los vértices del grafo denotan eslabones y las aristas denotan juntas. Para distinguir las aristas de los pares, estas pueden ser etiquetadas o coloreadas. Por ejemplo, los pares de engranaje superiores pueden ser graficados de una línea más gruesa, y las aristas más delgadas pueden denotar pares inferiores. Inclusive pueden utilizar nomenclaturas de acuerdo con la localización de sus ejes. El grafo de un mecanismo se denota de forma

similar, solo que la armadura o eslabón fijo se denota con un vértice raíz.

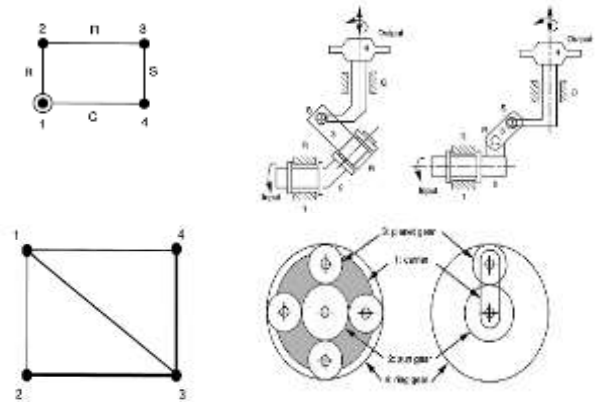


Figura 27. Grafos de representación, representaciones estructurales y funcionales esquemáticas. Fuente: Tsai (2001, p.61-67).

Dado que no se especifica debido al nivel de abstracción, el grafo podría representar engranajes con dos ruedas dentadas externa o internamente. El dibujo de un mecanismo en grafo es bastante sencillo, no obstante el proceso inverso, dibujar un mecanismo partiendo de un grafo requiere alguna práctica para alcanzar proporciones agradables. En síntesis, el mecanismo de un grafo puede ser expresado en muchas formas diferentes.

3.20 Ventajas de usar un grafo de representación

- i. Muchas propiedades de red de grafos son directamente aplicables. Por ejemplo: podemos aplicar la ecuación de Euler para obtener el criterio de movilidad de circuito de mecanismos directamente.
- ii. La estructura topológica de un mecanismo puede ser identificada de manera única. Usando la representación de grafos, la similitud y la diferencia entre dos mecanismos diferentes puede ser reconocida fácilmente.
- iii. Los grafos pueden ser usados como una ayuda para el desarrollo de cinemática asistida por computador y el análisis dinámico de mecanismos. Por ejemplo, Freudenstein and Yang [15] aplicaron la teoría de los circuitos fundamentales para el análisis de fuerzas cinemática y estática de trenes de engranajes planares. La teoría fue subsecuentemente extendida al análisis cinemático de engranajes cónicos en mecanismos robóticos [16]. Fue desarrollada también una metodología sistemática para el análisis dinámico de engranajes acoplados a mecanismos robóticos [17].
- iv. La teoría de grafos puede ser empleada para la enumeración sistemática de mecanismos [18], [19], [20], [21], [22], [23], [24], [25].
- v. Los grafos pueden usarse para la sistemática clasificación de mecanismos. Un atlas único de grafos puede ser usado para enumerar un número enorme de mecanismos [26], [21], [27]. Esto obvia la necesidad de un atlas de cadenas cinemáticas construido para cada aplicación.
- vi. Los grafos pueden ser usados como una ayuda en un bocetado automático de mecanismos [28].

4 Aplicaciones

A continuación, se presenta de manera sistemática los tipos de síntesis propuestos a diferentes mecanismos procurando la heterogeneidad. Se propone la siguiente progresión: 1. Se presenta inicialmente un mecanismo de seis barras, 1GDL, formado con pares inferiores y cuya morfología representa alguna dificultad para la síntesis. 2. Se presenta un mecanismo de retorno rápido de fácil comprensión, de cinco barras, que tiene un nivel mayor de complejidad en la síntesis funcional esquemática, y que incluye pares superiores. 3. Para la tercera aplicación tomaremos un tren de engranaje epicíclico, cuya morfología presenta una dificultad para la representación y cuya síntesis funcional esquemática es indispensable para representarlo.

4.1 Aplicación 1. Suspensión

En la Aplicación 1 se usan los tres tipos de síntesis presentados para un mecanismo de suspensión de un marco de bicicleta de montaña.



Figura 28. Acercamiento del mecanismo que se sintetizará.
Fuente: Giant Bicycles, adaptado para esta publicación.

En la Fig. 28 es posible ver la parte del marco de bicicleta referente a la suspensión trasera.



Figura 29. Síntesis funcional esquemática.
Fuente: Esta publicación.

La Fig. 29 muestra la imagen del mecanismo de suspensión trasera del marco de bicicleta presentado en la Fig. 28, y la Síntesis de representación funcional del mecanismo. Se optó por superponer la imagen de la síntesis sobre la fotografía con el fin de evidenciar su analogía. La finalidad de este tipo de síntesis es comunicar la estructura y el movimiento.

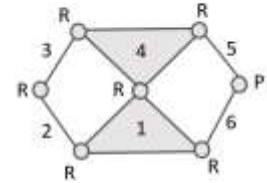


Figura 30. Síntesis estructural del mecanismo.
Fuente: Esta publicación.

La Fig. 30 muestra la fotografía del mecanismo y la síntesis estructural. Para facilitar el reconocimiento de la analogía, se etiquetó la síntesis y el mecanismo original numerando los eslabones. Adicionalmente, en la síntesis se etiquetaron los pares cinemáticos, especificando su tipo.

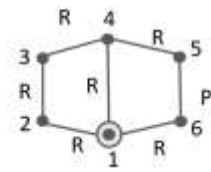
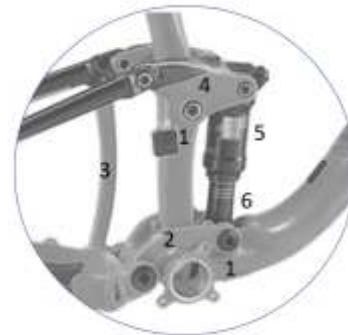


Figura 31. Síntesis de Grafo del mecanismo propuesto.
Fuente: Esta publicación.

Nota: la semejanza general del grafo resultante a la imagen del marco de bicicleta usado para este ejemplo es meramente incidental.

La Fig. 31 muestra la síntesis de grafo del mecanismo propuesto. Siguiendo la tradición de Tsai, para nombrar los grafos, podría llamárselo Grafo RRRRRP.

4.2 Aplicación 2. Mecanismo de retorno rápido

La Fig. 32 muestra un mecanismo de movimiento rotativo recíprocante. Este mecanismo tiene, a diferencia del anterior, solamente 5 eslabones, y cuenta con un par superior.

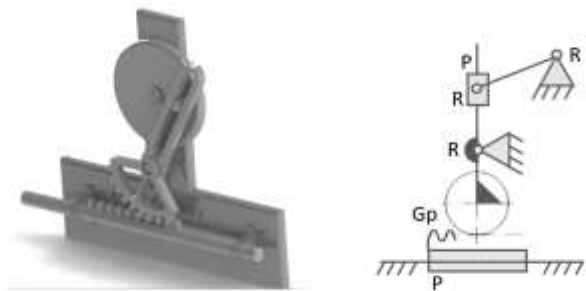


Figura 32. Imagen de un mecanismo de retorno rápido y su síntesis funcional esquemática.
Fuente: DesignGuru y esta publicación.

La Fig. 32 muestra la síntesis funcional esquemática del mecanismo de retorno rápido, siguiendo los lineamientos de

la norma ISO3952-1:1981. Nótese que fueron etiquetados los pares para identificar su naturaleza.

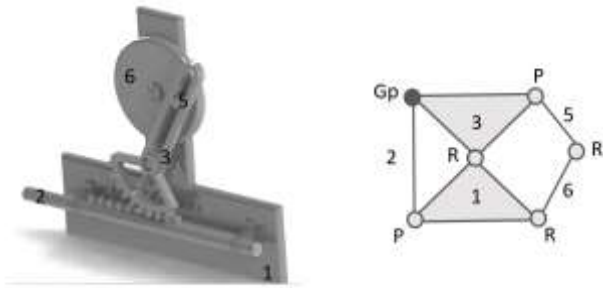


Figura 33. Síntesis estructural del mecanismo.
Fuente: DesignGuru y esta publicación.

La Fig. 33 muestra la imagen del mecanismo anteriormente tratado y su síntesis estructural. Nótese que se enumeró a la armadura o chasis con el número 1 al igual que en el ejemplo anterior. En la síntesis estructural, los pares superiores pueden diferenciarse gráficamente usando un círculo y los inferiores con una circunferencia como muestra la Figura.

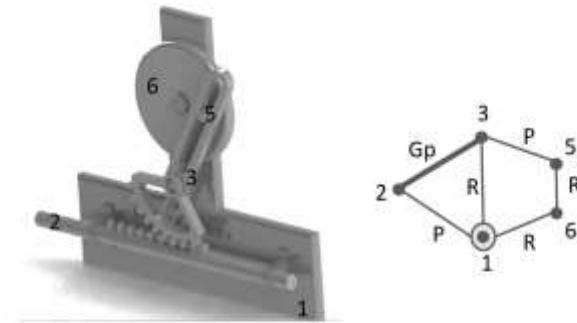


Figura 34. Síntesis de Grafo del mecanismo propuesto.
Fuente: DesignGuru y esta publicación.

La Fig. 34 muestra la Síntesis de grafo del mecanismo de retorno rápido. Nótese que el par superior de engranaje está representado por una arista de mayor grosor y que se ha optado por un grafo arraigado en el vértice 1 para mostrar el eslabón de armadura. Siguiendo la tradición de Tsai, para nombrar los grafos, podría llamárselo Grafo PRRPRGp.

4.3 Aplicación 3. Tren de engranajes epicíclico

Para la Aplicación 3, se explora un mecanismo con mayor dificultad para la identificación de sus eslabones. Se presenta un tren de engranajes epicíclico, el cual, en la práctica, es muy difícil de visualizar en virtud de su morfología, ya que el dentado de los engranajes se encuentra cubierto por el mismo diseño del mecanismo, ver Fig. 35, eslabones 4 y 2. La síntesis funcional esquemática, la síntesis estructural y la síntesis de grafos, permiten entenderlo de manera suficiente.

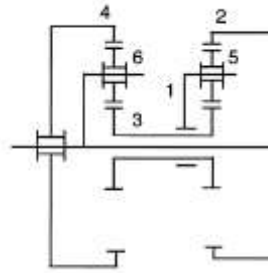


Figura 35. Síntesis funcional de un tren de engranajes epicíclico.
Fuente: L.-W. Tsai, *Mechanism design*.

La Fig. 35 muestra la síntesis funcional de un tren de engranajes de acuerdo con la norma ISO3952-1:1981 y la técnica mostrada por Tsai.

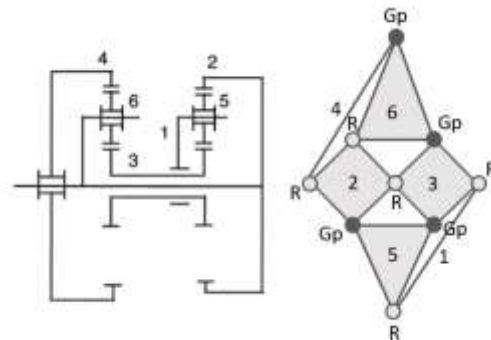


Figura 36. Síntesis estructural de un tren de engranajes epicíclico.
Fuente: L.-W. Tsai, *Mechanism design* y esta publicación.

La Fig. 36 muestra la síntesis estructural correspondiente a la síntesis funcional.

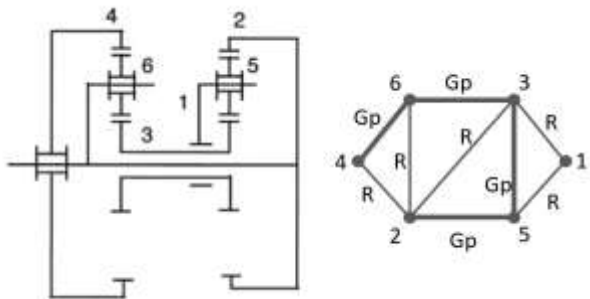


Figura 37. Síntesis de Grafo del mecanismo propuesto.
Fuente: L.-W. Tsai, *Mechanism design* y esta publicación.

La Fig. 37 muestra la síntesis funcional y la síntesis de grafo correspondiente al tren de engranajes epicíclico de la aplicación 3.

5 Conclusiones y discusión

Los conceptos básicos de la teoría de grafos que son esenciales para el análisis y la síntesis de mecanismos fueron presentados en este artículo. Se definieron grafos, grafos isomorfos, grafos contraídos y grafos duales. Las características topológicas de los grafos planares fueron derivadas mostrando su aplicación en los mecanismos. Para facilitar el desarrollo de una metodología de enumeración topológica automática de grafos existen matrices las cuales se mencionaron, pero no se presentaron en este artículo.

La propuesta presentada hace una introducción progresiva y pedagógica a la teoría de grafos, útil para reducir información compleja no sólo de mecanismos sino también de redes.

En el artículo se ha presentado de una forma sencilla la estructura de los mecanismos planares explicando por qué pueden sintetizarse y entenderse con la teoría de grafos. El artículo ha explorado también la correspondencia entre grafos y mecanismos, describiendo las coincidencias en las características estructurales de ambos.

Tsai se vale de demostraciones matemáticas para presentar las características compartidas entre leyes de grafos y leyes de mecanismos. En el artículo se obvió la presentación de estas demostraciones, tanto por economía de impresión y concisión temática, como por el perfil del público objetivo de este producto académico.

El libro de Tsai, es un libro de texto principalmente. Esto quiere decir que contiene ejercicios, resúmenes y otros recursos pedagógicos. En un artículo temático no se incluyen ninguno de estos.

La síntesis de mecanismos es el primer paso del diseño sistemático de mecanismos. Aunque los pasos siguientes a la síntesis de grafos para el diseño de mecanismos son intuitivos, en este artículo los excluimos a pesar de que aparecen en las propuestas de Tsai, Freudenstein y otros.

La síntesis de mecanismos, como la maneja Tsai, es comparativamente más sencilla de aplicar que la síntesis gráfica que presentan Schmidt y otros [2]. Esa característica hace que la propuesta de Tsai tenga algunas limitaciones y potencialidades diferentes de otras metodologías análogas o derivadas.

La síntesis de mecanismos en grafos permite iterar y alternar estructuras cinemáticas sistemáticamente facilitando la documentación rápida y precisa. Este tipo de representación tiene menor cantidad de detalle y facilita el traslado a la síntesis funcional esquemática y representación estructural.

Terminando, debemos recordar que, si bien este artículo abarcó la síntesis de mecanismos de una forma completa, no es suficiente como una metodología de diseño de mecanismos. Es indispensable completar la propuesta de diseño, con el análisis de mecanismos. El análisis de mecanismos permite involucrar procesos como el cálculo de grados de libertad y pronóstico de trayectorias de los eslabonamientos. La propuesta de Tsai de análisis de mecanismos es una buena sugerencia de publicaciones posteriores.

La metodología presentada por Tsai, entre otras metodologías disponibles para la síntesis de mecanismos es posiblemente la más sencilla y aprehensible por su interfase gráfica. Por lo tanto, amerita estudiar el desarrollo de metodologías gráficas para el diseño de mecanismos.

Como consecuencia de lo anterior, aparece la oportunidad de investigar metodologías para el diseño de mecanismos con interfase gráfica. Esta iniciativa, acercaría el diseño de mecanismos a disciplinas diferentes de la ingeniería.

Referencias

- [1] F. Buchsbaum and F. Freudenstein, "Synthesis of Kinematic Structure of Geared Kinematic Chains and other Mechanisms", *Journal of Mechanisms*, vol. 5, p. 357-392, 1970.
- [2] S. J. Chiou and K. Sridhar, "Automated conceptual design of mechanisms", *Mechanism and Machine Theory*, vol. 34, no. (3), pp. 467-495, 1999 .
- [3] I. Ullah and S. Kota, "Optimal synthesis of mechanisms for path generation using fourier descriptors and global search methods", *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME 119(4)*, pp. 504-510, 1997.
- [4] A. Erdman and J. Bowen, "Type and Dimensional Synthesis of Casement Window Mechanism", *ASME Mechanical Engineering* , vol. 103 , p. 46-55, 1981 .
- [5] D. Whitney, R. Mantripragada, J. Adams and S. Rhee, "Designing assemblies", *Research in Engineering Design - Theory, Applications, and Concurrent Engineering* , vol. 11, no. (4), pp. 229-253, 1999 .
- [6] H. Yan and J. Chen, "Creative Design of a Wheel Damping Mechanism", *Mechanism and Machine Theory* , vol. 20 , no. 6 , p. 597-600, 1985 .
- [7] B. Jensen and L. Howell, "The modeling of cross-axis flexural pivots," *Mechanism and Machine Theory* , vol. 37, no. (5), pp. 461-476, 2002 .
- [8] M. Raghavan and B. Roth, "Solving polynomial systems for the kinematic analysis and synthesis of mechanisms and robot manipulators", *Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME*, vol. 117, pp. 71-79, 1995.
- [9] L.-W. Tsai, *Mechanism design : enumeration of kinematic structures according to function*, Boca Raton: CRC Press, 2000.
- [10] L. Schmidt, H. Shetty and S. Chase, "A graph grammar approach for structure synthesis of mechanisms", *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME 122(4)*, pp. 371-376, 2000 .
- [11] J. Tomáš, "The synthesis of mechanisms as a nonlinear programming problem," *Journal of Mechanisms 3(3)*, pp. 119-130, 1968.
- [12] B. Roth and A. Yang, "Application of instantaneous invariants to the analysis and synthesis of mechanisms," *Journal of Manufacturing Science and Engineering, Transactions of the ASME 99(1)*, pp. 97-103, 1977 .
- [13] J. Cabrera, A. Simon and M. Prado, "Optimal synthesis of mechanisms with genetic algorithms", *Mechanism and Machine Theory 37(10)*, pp. 1165-1177, 2002.
- [14] S. Balli and S. Chand, "Transmission angle in mechanisms (Triangle in mech)," *Mechanism and Machine Theory 37(2)*, pp. 175-195, 2002.
- [15] R. Bulatović, S. Dordević and V. Dordević, "Cuckoo Search algorithm: A metaheuristic approach to solving the problem of optimum synthesis of a six-bar double dwell linkage," *Mechanism and Machine Theory 61*, pp. 1-13, 2013.
- [16] S. Kirmse, L. Campanile and A. Hasse, "Synthesis of compliant mechanisms with selective compliance – An advanced procedure.," *Mechanism and Machine Theory, Volume 157*, pp. 1-17, 2021.
- [17] J. Norman-Paris, J. Archut, M. Hüsing and B. Corves, "Haptic simulation and synthesis of mechanisms", *Mechanism and Machine Theory, Volume 144.*, pp. 1-18, 2019.
- [18] G. Jia, H. Huang, S. Wang and B. Li, "Type synthesis of plane-symmetric deployable grasping parallel mechanisms using constraint force parallelogram law", *Mechanism and Machine Theory, Volume 161*, pp. 1-23, 2021.
- [19] K. Kuratowski, "Sur le Problème des Courbes Gauches en Topologie", *Fundamental Mathematics, 15*, p. 271-283, 1930.
- [20] L. Woo, "Type Synthesis of Plane Linkages", *ASME Journal of Engineering for Industry*, , Vols. Series B, no. 89, p. 159-172, 1967.
- [21] W. Sohn and F. Freudenstein, "An Application of Dual Graphs to the Automatic Generation of the Kinematic Structures of Mechanism," *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, vol. 108, no. 3, p. 392-398, 1986.
- [22] F. Freudenstein and A. Yang, "Kinematics and Statics of a Coupled Epicyclic Spur-Gear Train", *Mechanisms and Machine Theory*, vol. 7, p. 263-275, 1972.

- [23] L. Tsai, "The Kinematics of Spatial Robotic Bevel-Gear Trains," *IEEE Journal of Robotics and Automation*, vol. 4, no. 2, p. 150–156, 1988.
- [24] L. Tsai, D. Chen and T. Lin, "Dynamic Analysis of Geared Robotic Mechanisms Using Graph Theory", *ASME Journal of Mechanical Design*, vol. 120, no. 2, p. 240–244, 1998.
- [25] G. Chatterjee and L. Tsai, "Enumeration of Epicyclic-Type Automatic Transmission Gear Trains, SAE 1994 Trans.", *Journal of Passenger Cars*, vol. Sec. 6, no. 103, p. 1415–1426, 1994.
- [26] F. Freudenstein and E. Maki, "Creation of Mechanisms According to Kinematic Structure and Function," *Journal of Environmental and Planning*, vol. B, no. 6, p. 375–391, 1979.
- [27] C. Lin and L. Tsai, "The Development of an Atlas of Bevel-Gear Type Spherical Wrist Mechanisms,," in *Proceedings of the First National Conference on Applied Mechanisms and Robotics*, Cincinnati, OH, Paper No. 89- AMR-2A-3, 1989.
- [28] W. Sohn, A Computer-Aided Approach to the Creative Design of Mechanisms, Ph.D. Dissertation, New York, NY.: Dept. of Mechanical Engineering, Columbia University, 1987.
- [29] L. Tsai, "An Application of the Linkage Characteristic Polynomial to the Topological Synthesis of Epicyclic Gear Trains," *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, vol. 109, no. 3, p. 329–336, 1987.
- [30] W. Fang and F. Freudenstein, "The Stratified Representation of Mechanisms," in *Proceedings of the ASME Mechanisms Conference: Trends and Developments in Mechanisms, Machines, and Robotics*, Cambridge, MA, 1, 115–124., 1988.
- [31] M. Mayourian and F. Freudenstein, "The Development of an Atlas of the Kinematic Structures of Mechanisms," in *Proceedings of the ASME Mechanisms Conference*, Cambridge, MA, Paper No. 84-DET-21, 1984.
- [32] G. Chatterjee and L. Tsai, "Computer Aided Sketching of Epicyclic-Type Automatic Transmission Gear Trains", *ASME Journal of Mechanical Design*, vol. 118, no. 3, p. 405–411, 1996.
- [33] F. Freudenstein and L. Dobrjanskyj, "On a Theory for the Type Synthesis for Mechanisms," in *Proceedings of the 11th International Congress of Applied Mechanics*, 1965.
- [34] T. Yang and F. Yao, "Topological Characteristics and Automatic Generation of Structural Synthesis of Planar Mechanisms Based on the Ordered Single-Opened-Chains", *Mechanism Synthesis and Analysis, DE*, vol. 70, p. 67–74, 1994.

C. Osejo-Bucheli es PhD(c) en Administración, MSc en Administración, MSc(c) en Gerencia Social, Especialistas en Gerencia, profesional con certificaciones internacionales en Supply Chain Management, Ingeniero Industrial y Diseñador Industrial. Profesor nombrado de la Universidad de Nariño, profesor de otras universidades, e investigador. Ha publicado en áreas relacionadas a currículo, administración e ingeniería. En el momento investiga en gestión de las organizaciones, gestión de las operaciones, gestión de logística y Supply Chain Management.
ORCID: 0000-0002-6712-6228.