Revista Educación en Ingeniería
ISSN 1900-8260
Junio de 2011 • N°. 11 • Pp 76-85• Publicada en línea por la Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería -ACOFI- www.acofi.edu.co
Enviado: 15/10/2010 • Aprobado: 22/03/2011

MODELAR, SIMULAR E IMPLEMENTAR CIRCUITOS NO LINEALES: UNA ALTERNATIVA PARA LA ENSEÑANZA DE SISTEMAS DINÁMICOS

MATHEMATICAL MODELING AND NUMERICAL SIMULATION OF NONLINEAR CIRCUITS: A PEDAGOGICAL STRATEGY TO TEACH DYNAMIC SYSTEMS

Diana C. Díaz y Favio Cala Vitery
Universidad Jorge Tadeo Lozano, Bogotá (Colombia)

Resumen

Se presenta una estrategia pedagógica para la enseñanza de las características de sistemas dinámicos con comportamiento caótico. La metodología propuesta incorpora tres elementos fundamentales en la formación de un profesional en ingeniería: 1) creación de modelos, 2) simulación, 3) experimentación. El primer componente se basa en la comprensión de los principios de conservación con los cuales el estudiante puede establecer un modelo matemático que determine la respuesta del circuito elegido, el segundo componente depende del conocimiento básico de un lenguaje de programación que le permita crear la simulación del circuito, y el último elemento se fundamenta en la habilidad para elaborar el montaje experimental del circuito con el cual validar el trabajo previo. Dos circuitos no lineales son elegidos para el desarrollo de la práctica. Los resultados obtenidos en cada caso son expuestos y se concluye que el estudio de este tipo de circuitos puede ser una introducción adecuada al modelado y simulación de sistemas complejos.

Palabras clave: enseñanza de la física, simulación y validación de modelos, enseñanza de la ingeniería

Abstract

A pedagogical strategy used to introduce the characteristics of dynamical systems with chaotic behavior is presented. Three fundamental elements in Engineering Education are taken into account: 1) mathematical modeling, 2) simulation and 3) experimentation. The mathematical model is based on conservation principles and physical concepts. The simulation, coded in a simple C language script, made possible the change of parameters and the variation of initial conditions in a wide enough range to see different responses or behaviors. The simulation also allowed the selection of the adequate values required to make the real circuit. The strategy was applied to two nonlinear circuits, and the results of both processes are shown. The experience constitutes a practical way to illustrate concepts related to nonlinear phenomena in complex systems.

Keywords: education, validation of simulation models, engineering education

Introducción

Los sistemas dinámicos que presentan comportamiento caótico son de gran interés en física. Sin embargo, su estudio experimental, en general, no es una tarea sencilla debido a la dificultad para su implementación y para controlar factores externos (Kiers, *et al*., 2003; Bae, 2009). Por esta razón la creación de circuitos electrónicos versátiles se ha convertido en la herramienta más sencilla para ilustrar las características de este tipo de sistemas. La tendencia actual es diseñar circuitos no lineales que permitan analizar orbitas periódicas (estables, inestables y caóticas), atractores y bifurcaciones, que además sean fáciles de implementar en el laboratorio y cuyo modelo matemático sea sencillo de simular por medio de herramientas computacionales (Bae, 2009; Komorek, *et al.,* 2004). Con estas condiciones es posible obtener las diferentes características que los sistemas no lineales presentan ya que resulta sencillo modificar los parámetros y condiciones iniciales en un rango tan amplio como sea necesario, siendo esto una ventaja desde el punto de vista pedagógico (Adams, *et al.,*1992; Duit , *et al*.,1997).

Uno de los circuitos de este tipo más estudiados y documentados es el circuito de Chua (Beleño, *et al.,* 1999) ya que por su fácil construcción es una herramienta didáctica adecuada para el estudio de los fenómenos no lineales. Desde el punto de vista didáctico, el circuito de Chua permite disponer de dos parámetros de control que facilitan el estudio de la transición del régimen no-caótico al caótico, tanto experimental como numéricamente. Si se desea aumentar el grado de complejidad del sistema conservando la facilidad en la implementación existen alternativas como la que se presentará más adelante. Los circuitos caóticos son estudiados no sólo con un interés académico o pedagógico; se ha evaluado también su utilidad para establecer "comunicaciones privadas", haciendo uso de la propiedad de auto-sincronización que les caracteriza (Cuomo, *et al.,* 1993; Kapitaniak, *et al*., 2000), entre otras aplicaciones.

Metodología

El proyecto se ejecuta en tres fases. La primera inicia con la búsqueda y selección de los circuitos que pueden ser modelados fácilmente aplicando las leyes de Kirchhoff y simulados en lenguajes de programación como C o Phyton con un algoritmo usual. En esta etapa es posible incentivar a los estudiantes para que diseñen sus propios circuitos o modifiquen alguno de los encontrados en la literatura científica. Por su sencillez se eligió el circuito de Chua para el primer ejercicio y un circuito más complejo para el segundo caso.

La siguiente fase empieza con la implementación del script. Se eligió el lenguaje de programación C por ser éste de amplia divulgación en el ámbito académico y porque hay una gran variedad de compiladores de C disponibles en internet en forma gratuita. En esta etapa se desarrolla la capacidad de programar algoritmos que solucionan un sistema de ecuaciones diferenciales y permiten manipular los datos generados. El resultado es un simulador simple con el cual se obtienen las respuestas de los circuitos para diferentes parámetros y condiciones iniciales.
En la última etapa se realiza el montaje experimental del circuito; los valores de los elementos del mismo pueden ser elegidos con ayuda del simulador. A continuación se describen los resultados obtenidos en cada fase del proceso.

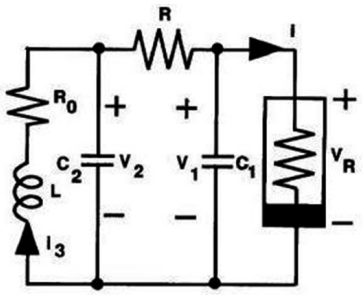
Resultados obtenidos

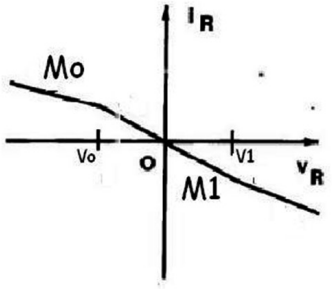
Primer circuito

El esquema del circuito de Chua se presenta en la figura 1a. El circuito está conformado por un oscilador resonante RLC con un elemento no lineal. El oscilador está compuesto por un condensador C_2 y una bobina L en paralelo, una resistencia R_0 en serie con el oscilador y un condensador C_1 en paralelo con una resistencia no lineal R_{NL} cuya curva característica (i_R Vs V_R) se encuentra en la figura 1b. Para profundizar en la descripción de los componentes consultar (Beleño, *et al*., 1999; Kiers, *et al.,* 2004).

Copyright © 2011 Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería

Figura 1a. Figura 1b. El circuito está conformado por un oscilador resonante RLC con un elemento no lineal. El oscilador está compuesto por un condensador C_2 y bobina L en paralelo, una resistencia R_0 en serie con el oscilador y un condensador C_1 en paralelo con una resistencia no lineal R_{NL} cuya curva característica (i_R Vs V_R) se observa a la derecha





Las ecuaciones que describen la dinámica del circuito de acuerdo con las leyes de Kirchhof son:

$$C_1 \frac{dV_1}{dt} = \frac{1}{R_o}(V_2 - V_1) - i_{NL}(V_1) \qquad (1)$$

$$C_2 \frac{dV_2}{dt} = \frac{1}{R_o}(V_1 - V_2) + i_L \qquad (2)$$

$$L \frac{dI_L}{dt} = -V_2 - rI_L - V(t) \qquad (3)$$

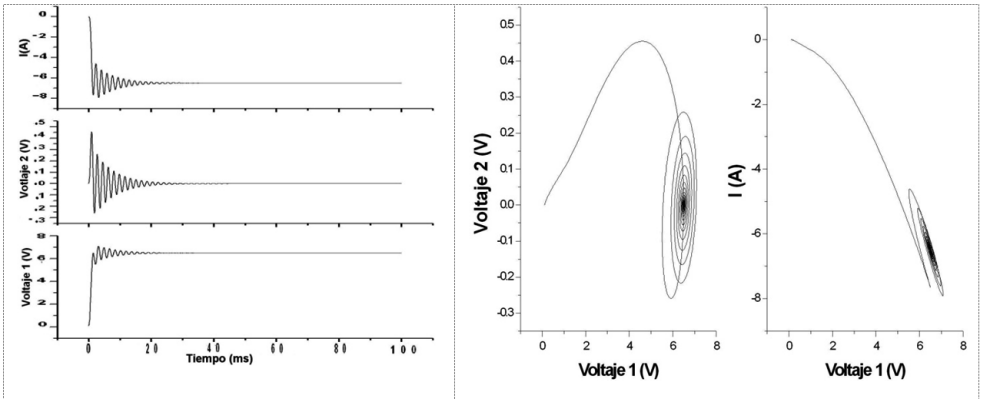
Donde r corresponde a la resistencia interna de la bobina y V(t) es el voltaje externo que se puede aplicar a esta resistencia. El término i_{NL} se obtiene de la curva característica presentada en la figura 1b. El sistema (1-3) presenta tres puntos fijos los cuales definen tres regiones para clasificar las soluciones de la dinámica del circuito.

El modelo matemático está compuesto por el conjunto de ecuaciones que relacionan las variables y parámetros involucrados y determinan la evolución del sistema en el tiempo. En este caso el modelo lo conforman las 3 ecuaciones obtenidas a partir de las leyes de Kirchhoff. En la siguiente etapa se redactó el programa para solucionar el sistema (1-3).

Actualmente existe software o códigos para solucionar este tipo de sistemas disponible en Internet. Sin embargo, el objetivo de la actividad es familiarizar al estudiante con la elaboración de algoritmos y resaltar la importancia de economizar el lenguaje cuando se escribe un programa. En este caso los resultados numéricos se obtienen usando el algoritmo de Runge-Kutta de orden cuatro con un step size de 0.125ms escrito en C (Apéndice 1). Los resultados presentados a continuación se obtuvieron con el programa utilizando los valores:

Figura 2. V_1, V_2 e I en función del tiempo para R=2000Ω

Figura 3. Proyecciones en el plano de fase. Para R=2000Ω



Copyright © 2011 Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería

C_1=10nF, C_2=100nF, L=18mH, G_a=−749×10^{-6}, G_b=−454,7×10^{-6} y R_0 = 0,006667Ω. En las figuras 2 y 3, se presenta el comportamiento de las variables V_1, V_2 e I, en función del tiempo para el caso R = 2000 y las proyecciones en el plano de fase *xy* y *xz* de la solución dada por la simulación.

En las figuras 4 y 5, se presentan los resultados para R=1700Ω y R=1850Ω. En ellas se observan los atractores que exhibe del sistema.

Finalmente, en la figura 6 se muestra el espacio de fase para el atractor de chua.

Figura 4. Proyecciones en el plano de fase para R=1700Ω

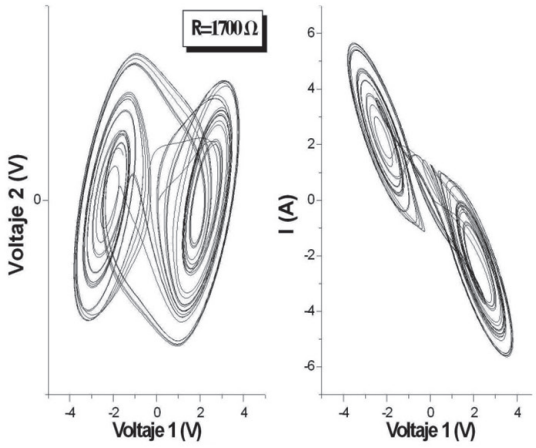


Figura 5. Proyecciones en el plano de fase para R=1850Ω

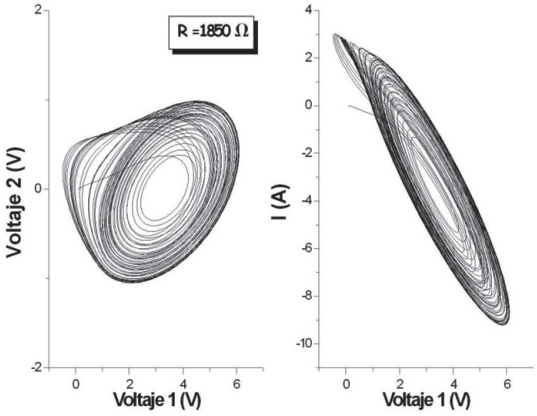


Figura 6. Variación del voltaje V1 con el tiempo

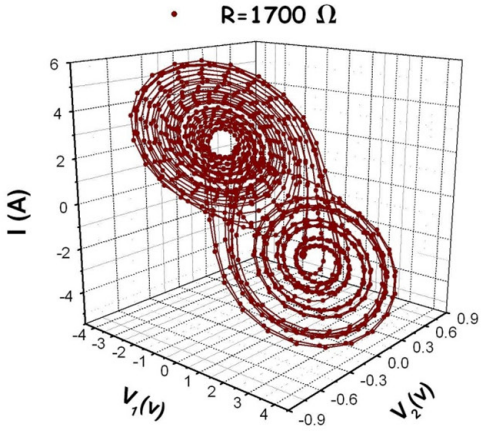
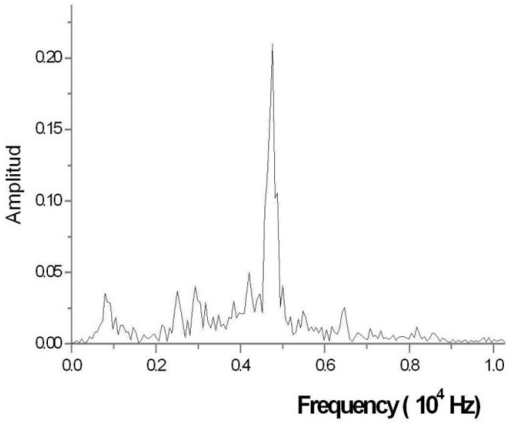


Figura 7. Espectro de amplitud para R = 1700Ω



Al realizar la transformada de Fourier de las gráficas de V vs t se puede determinar la frecuencia fundamental a la que responde el circuito. Uno de los espectros obtenidos para R = 1700Ω se presenta en la figura 7 y el pico que se distingue se ubica precisamente en el rango de las frecuencias audibles. Lo mismo ocurre en todos los casos. Esta característica es utilizada con el propósito de encriptar información. El resultado indica también que las oscilaciones no son perfectamente senosoidales.

Con toda la información anterior es posible construir el circuito experimentalmente y saber con certeza los valores nominales de R que deben usarse para obtener

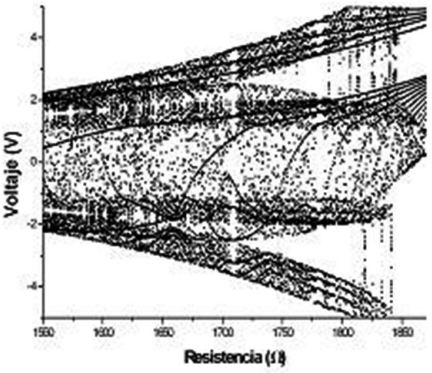
Copyright © 2011 Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería

el comportamiento deseado. El montaje es sencillo de hacer siguiendo el circuito de la figura 1. En el osciloscopio se observan las mismas curvas logradas a partir de la simulación en los diagramas de fase con lo cual se valida el proceso realizado.

Para estudiar las órbitas estables periódicas del modelo y las regiones de caos se utilizan los diagramas de bifurcación. Éstos permiten observar las transiciones de órbitas de un periodo a unas de orden superior o al caos. Para hacerlo se fijan todos los parámetros excepto uno, que en este caso es el valor de la resistencia. Posteriormente se grafican en función de esta variable los valores de V_1 que cortan una superficie determinada de otra variable, es decir, se eligen aquellos valores que están formando una sección de Poincaré específica. En este caso la otra variable es V_2. En otros sistemas, por ejemplo, suelen elegirse superficies de energía constante.

En el presente caso de estudio se eligieron todos los valores de V_1 para los cuales $V_2 = 0$. El resultado de este procedimiento se muestra en la figura 8. El diagrama se realizó en un rango de 1550Ω a 1850Ω. Las franjas de periodicidad y caos se van alternando pero predominan las zonas caóticas. Alrededor de R = 1710Ω y R = 1780Ω se aprecia mejor la periodicidad en el voltaje; es de esperar que para una mejor resolución se puedan diferenciar otras zonas similares que en este gráfico no pueden distinguirse claramente de las caóticas.

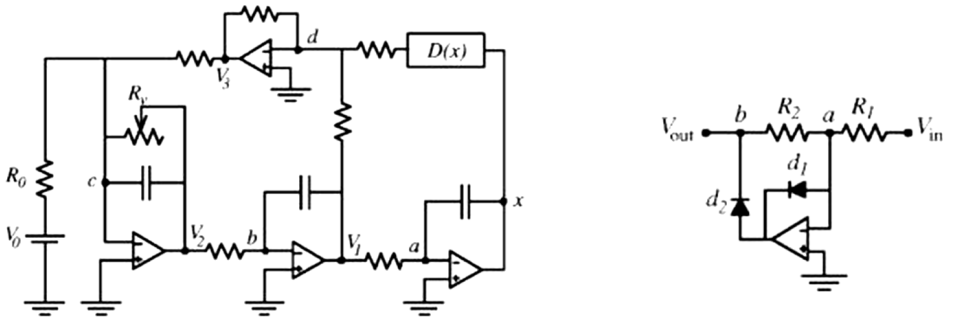
Figura 8. Diagrama de Bifurcación



Segundo circuito

Existen diversos circuitos que presentan comportamiento caótico, pero sólo es posible la implementación experimental de algunos. Uno de ellos es el propuesto por Kiers, *et al.* (2004). Éste se estudió siguiendo la misma metodología del anterior. Este circuito tiene la característica especial (en contraste con el de Chua) de carecer del elemento inductor y en consecuencia ofrece la posibilidad de ajustar fácilmente los parámetros que determinan su comportamiento. Los elementos que lo componen son dispositivos electrónicos simples tales como resistencias, amplificadores operacionales, capacitares y diodos.

Figura 9. Diseño del nuevo circuito. D(x) corresponde al circuito del lado derecho



La figura 9 presenta un esquema del circuito y del dispositivo con respuesta no lineal D(x). De acuerdo con las leyes de Kirchhoff en los nodos a − d, las relaciones son similares a (1-3) pero en este caso la no linealidad se modela con una nueva función D(x). Para mayores detalles de las ecuaciones revisar (Kiers, *et al*., 2004).

El sistema de ecuaciones se soluciona con un nuevo programa (apéndice 2) similar al anterior. Se generaron las curvas y diagramas presentados en la figuras 10 y 11. El diagrama de bifurcación de la figura 12 se obtiene con el mismo procedimiento que el primero. La simulación realizada para obtener estos diagramas es de gran ayuda didáctica ya que permite visualizar

Copyright © 2011 Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería

Figura 10. Comportamiento de los voltajes con el tiempo

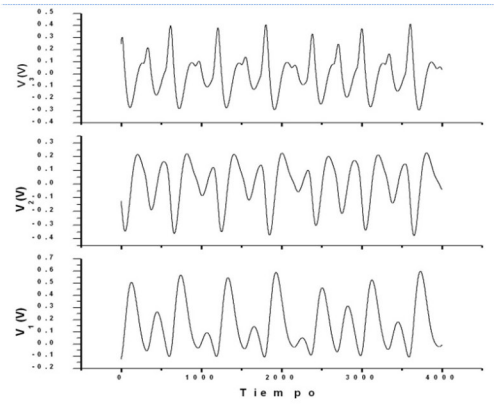
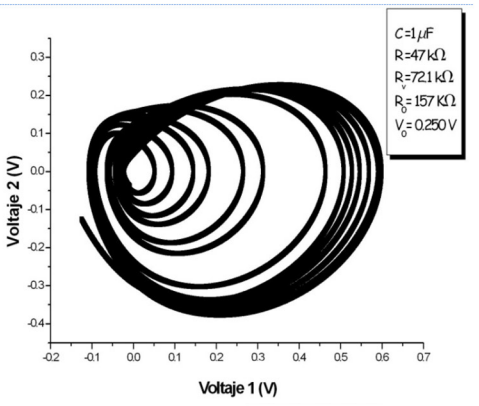
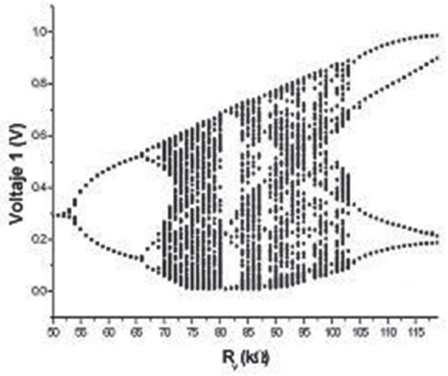


Figura 11. Diagrama de fase



de forma inmediata el comportamiento de los voltajes en el circuito, las transiciones y la periodicidad de sus soluciones.

Figura 12. Diagrama de bifurcación



En la figura 12 se presenta la gráfica con los máximos locales del voltaje V_1 como función de R_v. Para R_v 53kΩ, el voltaje varía periódicamente, con un único valor máximo cercano a 0,3V. Alrededor de 53k existe una bifurcación, esto es, una onda con dos periodos. En este caso la señal repite uno y otro valor. La señal continúa y nuevamente cada uno de los máximos anteriores se divide en dos acercándose al caos a medida que Rv aumenta hasta que finalmente ocurre alrededor de 68kΩ. En las regiones caóticas la señal nunca se repite en si misma, es decir, tiene periodo infinito. De la gráfica se puede notar también la existencia de varias ventanas de periodicidad entre bandas de caos. De las observadas experimentalmente la mayoría de las ventanas periódicas son muy estrechas y pueden incluir órbitas de alta periodicidad, por esto son difíciles de distinguir.

Finalmente al implementar el circuito con los valores nominales usados en la simulación, los diagramas de fase que se obtienen con el osciloscopio corresponden con los de las figuras 2-12. La experiencia de reunir un análisis teórico-experimental al modelar, simular e implementar un sistema físico es enriquecedora para la formación de futuros ingenieros. Para una mejor realización del ejercicio es necesario un nivel de 5 o 6 semestre de cualquier Ingeniería.

Discusión

Investigaciones desarrolladas por la Asociación Americana de Profesores de Física (AAPT) y la red latinoamericana de profesores de física (LAPEN) (Etkina, *et al*., 2010; Mazur, et. al., 2009; Van, *et al.,* 2006; Kapitaniak, *et al.,* 2000) han revelado una seria problemática en la enseñanza de la física en el nivel universitario, la principal dificultad es la poca apropiación de los conceptos científicos debida, en la mayoría de los casos, a una falta de motivación de los estudiantes en el estudio de la física general. Sin esta adquisición o manejo de conocimientos básicos, estimular posteriormente procesos creativos que conduzcan al diseño de nuevas tecnologías o recursos en el campo de la Ingeniería es una misión mucho más complicada de realizar.

La experiencia descrita en este artículo pretende justamente abordar unos contenidos desde tres campos de acción diferentes que permitan al estudiante

Copyright © 2011 Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería

reconocer en cuál de ellos encuentra un mayor grado de satisfacción, facilitando así el aprendizaje de la temática y estimulando su capacidad de analizar y crear aplicaciones para tales conceptos (Hestenes, *et al.,* 1992; (Mazur, *et al.,* 2009; Sokoloff, *et al.,* 2007; Van, *et al.,* 2006).

El estudiante puede aprehender la teoría o conceptos abstractos mediante la observación y manipulación del circuito. Lo que se busca, en definitiva, es mejorar la capacidad de abstracción por medio de la simulación. De esta forma es posible incorporar algunos niveles de observación-percepción del fenómeno o proceso a una simulación basada en conceptos que requieren cierto grado de abstracción. La capacidad de abstracción también es mejorada incorporando la percepción de los sentidos del fenómeno concreto, "la educación empírica puede mejorar la comprensión conceptual" (Bae, 2009; Mazur, *et al.,* 2009; Komorek, *et al.,* 2003).

La presente propuesta es una prueba piloto que hasta el momento ha demostrado despertar el interés de quienes la han realizado de forma voluntaria. Una siguiente etapa en este proceso es realizar la retroalimentación con los estudiantes luego de constituirla en una actividad teórico-experimental del último curso de física de los programas de ingeniería en la Universidad y evaluar su eficacia, con técnicas estadísticas, en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Conclusiones

El modelo matemático, la simulación y la implementación de los circuitos elegidos permitieron visualizar las diferentes características asociadas a sistemas dinámicos que exhiben comportamiento caótico. Los resultados son sencillos de obtener porque las ecuaciones que describen los circuitos son de tercer orden y se solucionan por medio de métodos numéricos conocidos. A esta razón atribuimos el logro de los objetivos propuestos ya que los resultados son comparables y están de acuerdo con los reportados en los artículos de referencia cualitativa y cuantitativa. Finalmente, como un primer acercamiento al estudio de sistemas dinámicos estos circuitos pueden convertirse en una opción pedagógica viable para ilustrar las principales características de estos sistemas. Adicionalmente, la estrategia abre las puertas al uso de lenguajes de programación en C, al uso de Java, a la creación de Physlets y en general enriquecen el proceso enseñanza-aprendizaje en el aula.

Referencias

Adams, H.M. and Russ, J. C. (1992). Chaos in the classroom: exposing gifted elementary school children to chaos and fractals J. Sci. Edn Technol. 1, pp. 191–209.

Bae, S. (2009). Chaos: a topic for interdisciplinary education in physics. European Journal of Physics, Eur. J. Phys. 30, pp. 677–684.

Beleño, M. y Sánchez, S. (1999). Análisis del circuito de Chua, Tesis de Grado, Universidad Nacional de Colombia, Departamento de Física, Bogotá.

Campos, D.; Isaza J.F. (2002). Prolegómenos a los sistemas dinámicos, Editorial Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.

Cuomo, K. M. and Oppenheim, A. V. (1993). Circuit implementation of synchronized chaos with applications to communication. Phys. Rev. Lett. 71, pp. 65–68.

Duit, R.; Komorek, M. and Wilbers, J. (1997). Studies on educational reconstruction of chaos theory Res. Sci. Ed. 27, pp. 339–57.

Etkina, E., Van, H., and Brookes D.T. Role of experiments in physics instruction – a process approach. Phys. Teach, 40, pp. 351-355. Disponible en: http://paer.rutgers.edu/ScientificAbilities/Downloads/Papers/TypesofExperimentsTPT.pdf, consultado el 6 de marzo de 2010.

Hestenes, D. (1992). Modeling games in the Newtonian World Am. J. Phys., 60, pp. 732-748. Disponible en: http://dx.doi.org/10.1119/1.17080, consultado el 6 de marzo de 2010.

Kapitaniak, T. (2000). Chaos for engineers: Theory, applications and control. Springer, ISBN 3-540-63515-7. Second Ed. Berlin, 140.

Kiers, K.;Sprott, J.C. and Schmidt, D. (2004). Precision measurements of a simple chaotic cicuit. American Journal Physics, April, vol.72, pp. 503.

Komorek, M., and Duit, R. (2004) The teaching experiment as a powerful method to developand evaluate teaching and learning sequences in the domain of non-linear systems Int. J. Sci. Ed. 26, pp. 619–33.

Copyright © 2011 Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería

Komorek, M., Stavrou, D. and Duit, R. (2003). Nonlinear physics in upper physics classes: educational reconstruction as a frame for development and research in a study of teaching and learning basic ideas of nonlinearity. Science Education Research in the Knowledge Based Society ed D Psillos,

Mazur, E. (2009). Farewell, Lectures?. Science, 323. Disponible en: http://mazurwww.harvard.edu/publications. php?function= latest&ty=rep, consultado el 16 de octubre de 2009.

Sokoloff, D.R.; Thornton, R. K. and Laws, P.W. RealTime Physics: active learning labs transforming the introductory laboratory (2007). Eur. J. of Phys., 28, pp. S83–S94. http://stacks.iop.org/EJP/28/S83.

Van, H. and Etkina, E. (2006). The physics active learning guide, San Francisco, Pearson/Addison Wesley.

Apéndice 1

```
// Programa Para Simular el Comportamiento caótico del Circuito de Chua
 //En Windows se utilizó Dev c++ para compilarlo y correrlo, los datos que el programa generaba
 //se graficaron con ayuda de Microcal Origin 6.0 y en Linux (haciendo algunas modificaciones) se utilizó // Gnuplot.
 //Tal y como se presenta a continuación esta diseñado para Windows, en linux es solo comentar las lineas //37-40 y la 64
 //y usar printf en lugar de fprintf.

#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <stdlib.h>
#define N 3 /*Numero de ecuaciones*/
#define q 1
#define dist 0.001 /*Tamaño del paso*/
#define MIN 0.0 /*Rango de tiempo*/
#define MAX 20.0
#define c1 0.000000010 //F
#define c2 0.000000100 //F
#define L 0.018 //Henrios
#define R0 0.006667 //ohmios
#define Ga -0.000749 //Pendientes de la curva característica I-V del diodo
#define Gb -0.0004547

void runge4(double x,double y[], double step); //x es el tiempo
 double f(double x,double y[], int i);

int j;
double a,b,c,n,m;

int main()
{
 for(j=1250;j<2000;j+=q) /*Rango de resistencias elegido*/
 {
 double x, y[N];
 char nombre[255];
 FILE *F;
 sprintf(nombre,"data%d.dat",j); /* Nombre de cada uno de los archivos donde se guardaran los datos para cada j*/
 F=fopen(nombre,"w");
 a=c2/c1;
 b=j*j*c2/L;
 c=R0*j*c2/L;
 n=j*Ga;
 m=j*Gb;
 y[0] = 0.1; /*Condiciones iniciales*/
 y[1] = 0.01;
 y[2] = -0.1;

 //fprintf(F, "%f\t%f\t%f\n", y[0], y[1],y[2]);
 for(x = MIN; x <= MAX ; x += dist)
 {
 runge4(x, y, dist);

 if (y[1]< 0.001 && y[1]> -0.001) /*Se activa cuando queremos solo los datos para construir el diagrama de bifurcación*/
 fprintf(F, "%d\t%f\n", j, y[0]); /*De acuerdo a lo que deseemos graficar*/
 }          fclose(F);
 }
}

/* Runge-Kutta: Formulación de los pasos necesarios para solucionar el sistema de ecuaciones */
void runge4( double x, double y[], double step)
{
 double h=step/2.0,
 t1[N], t2[N], t3[N],
 k1[N], k2[N], k3[N],k4[N];
 int i;
 for (i=0; i<N; i++)
 t1[i] = y[i]+0.5*(k1[i]=step*f(x, y, i));
 for (i=0; i<N; i++)
 t2[i] = y[i]+0.5*(k2[i]=step*f(x+h, t1, i));
 for (i=0; i<N; i++)
```

Copyright © 2011 Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería

```
 t3[i] = y[i]+ (k3[i]=step*f(x+h, t2, i));
 for (i=0; i<N; i++)
 k4[i] = step*f(x + step, t3, i);
 for (i=0; i<N; i++) y[i] += (k1[i]+2*k2[i]+2*k3[i]+k4
[i])/6.0;
 }
/*---------------------------------------------------------------
----*/
/*Definicion de las ecuaciones que modelan el circuito*/
double f( double x, double y[], int i)
{
 if (i == 0)
   return(a*y[1]-a*y[0]   -   a*(m*y[0]   +
(0.5)*(n-m)*(sqrt(y[0]+1))));
 if (i == 1)
 return(y[0]-y[1]+y[2]);
 if (i == 2)
 return(-b*y[1]-c*y[2]);
}
```

Apéndice 2

```
/* Programa para el Estudio de Circuitos caóticos Simples
(Nuevo Circuito)/
/* El programa genera un archivo de datos para cada valor
de Resistencias, */
/* en la misma carpeta donde este guardado el .cpp,
posteriormente se pueden */
/* graficar estos datos con Origin importandolos como
multiple aski y agregando */
/* en una sola grafica todos los datos. */

#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <stdlib.h>
#define N 3
#define q 1 /* numero de ecuaciones */
#define dist 0.125 /* stepsize */
#define MIN 0.0 /* mínimo x */
#define MAX 1001000 /* máximo x */
int Rv;
void runge4(double x,double y[], double step); //x es el
tiempo
 double f(double x,double y[], int i);
double C=1;
double R=47;
//double Rv=72.1; Se activa si queremos solo trabajar con
un dato de la Resistencia
double Ro=157;
double Vo=0.250;
int main()
{
 for(Rv=50; Rv<120; Rv += q)
 {
 double x, y[N];
 char nombre[255];
 FILE *F;
 sprintf(nombre,"datos%d.dat",Rv); /*Para generar cada
archivo de datos para cada valor de R*/
 F=fopen(nombre,"w");

 y[0] = -0.125; /* condición initial */
 y[1] = -0.125; /* condición inicial */
 y[2] = 0.25;

 // fprintf(F,"%d\t%f\n", j, y[0]);
 for(x = MIN + dist; x <= MAX ; x += dist)
 {
 runge4(x, y, dist);
 if (y[0]> 0.01) /*Para genera el diagrama de Bifurcaciòn
se comenta si se quieren solo las curvas del voltaje*/
 if (y[1]< 0.00001 && y[1]> -0.00001) /*Para genera el
diagrama de Bifurcaciòn se comenta si se quieren solo las
curvas del voltaje*/

 fprintf(F,"%d\t%f\n", Rv, y[0]); /*De acuerdo a lo que
se desee graficar se eligen las variables a imprimir en
el archivo de datos, sea x que es el tiempo, Y[0], Y[1] o
Y[2]*/
 }
 fclose(F);
 }
}
/*-----------------------------------------------*/
/* Runge-Kutta */
void runge4( double x, double y[], double step)
{
 double h=step/2.0,
 t1[N], t2[N], t3[N],
 k1[N], k2[N], k3[N],k4[N];
 int i;

 for (i=0; i<N; i++) t1[i] = y[i]+0.5*(k1[i]=step*f(x, y, i));
 for (i=0; i<N; i++) t2[i] = y[i]+0.5*(k2[i]=step*f(x+h,
t1, i));
 for (i=0; i<N; i++) t3[i] = y[i]+ (k3[i]=step*f(x+h, t2, i));
 for (i=0; i<N; i++) k4[i] = step*f(x + step, t3, i);

 for (i=0; i<N; i++) y[i] += (k1[i]+2*k2[i]+2*k3[i]+k4
[i])/6.0;
 }
/*---------------------------------------------------------------
----*/
```

Copyright © 2011 Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería

```
/*Ecuaciones Segundo Circuito*/

double f( double x, double y[], int i)
{
 if (i == 0) return((-y[1])/(R*C));
 if (i == 1) return((-y[2])/(R*C));
 if (i == 2)
 if (y[0]<0)
  return((1/(R*C))*(-((R/Rv)*y[2]) -((R/Ro)*Vo)+
y[1]-6*y[0]));
 else
 return((1/R*C)*(-((R/Rv)*y[2]) -((R/Ro)*Vo)+ y[1]));
}
```

Sobre los autores

Diana Cristina Díaz Guevara

Física y magíster en meteorología, egresada de la Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá. Actualmente vinculada como docente de tiempo completo a la Universidad Jorge Tadeo Lozano. Correo Electrónico: dianac.diaz@utadeo.edu.co. Dirección: Carrera 22 No 3-30. Teléfono 2427030 Ext. 1701. Sede Bogotá (Colombia).

Favio Cala Vitery

Físico y magíster en física de la Universidad Industrial de Santander. Magíster en Historia de las Ciencias y Doctor en Filosofía de la Universidad Autónoma de Barcelona. Actualmente es Director del Departamento de Ciencias Básicas de la Universidad Jorge Tadeo Lozano. Correo Electrónico: favio.cala@utadeo.edu.co. Dirección: Carrera 22 No 3-30. Teléfono 2427030 Ext. 1730. Sede Bogotá (Colombia)

Los puntos de vista expresados en este artículo no reflejan necesariamente la opinión de la Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería.

Copyright © 2011 Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería