

UNA NUEVA METODOLOGÍA PARA CALCULAR LA RELACIÓN DE ENGRANAJES NO CIRCULARES EN TRAYECTORIAS BIDIMENSIONALES

A NEW METHODOLOGY FOR COMPUTING THE NON-CIRCULAR GEARS RELATIONSHIP IN PLANAR PATH GENERATION

Javier Roldán Mckinley

Universidad del Atlántico, Barranquilla (Colombia)

James Díaz González

BMT Designers and Planners Inc, Arlington (Estados Unidos)

Eugenio Yime Rodríguez

Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias (Colombia)

Carolina Devia Acosta

Hydraulic Systems S.A, Barranquilla (Colombia)

Resumen

El presente artículo presenta un nuevo método para calcular la relación de engranajes no circulares presentes en un mecanismo planar. La metodología propuesta se explica para el caso de un mecanismo de seis barras que debe generar una trayectoria específica del efector final. Inicialmente, la trayectoria deseada se modela como una función continua en un intervalo de interés sin tener en cuenta la orientación del efector final, de forma que se reduzca la complejidad del problema sin afectar la explicación del nuevo método. Las relaciones de engranajes se determinan de manera analítica y relacionando directamente las razones de cambio de los ángulos de posición con la abscisa de la trayectoria a satisfacer. Cuando se combinan los ángulos de posición y la ubicación de las conexiones de engranajes, se obtiene un total de 60 posibles soluciones que potencialmente satisfarían la trayectoria. Un ejemplo numérico se presenta para ilustrar el método propuesto y los resultados se visualizan a través de gráficos generados con Matlab. Se explican criterios para identificar las conexiones de engranajes de factible fabricación.

Palabras clave: engranajes no circulares; generación de trayectoria; mecanismo planar

Abstract

This paper presents a new method to determine the gear relationships of non-circular geared connections in a planar mechanism. The methodology is explained with a six-link mechanism. The effector is to generate a desired path considered a continuous function along a working interval. The orientation angle is arbitrary.

The gear relationships are found analytically by linking the path's abscissa to the rate of change of the position angles. A total of 60 solutions need to be considered as the result of combining the position angles and the placement of the gear connections in the mechanism. A numerical example is presented and the results' plots are generated using Matlab. Criteria to target the feasible geared connections are explained.

Keywords: non-circular gears; path generation; planar mechanism

Introducción

La inclusión de engranajes no circulares, principalmente en mecanismos planares, tiene como objetivo reducir los grados de libertad del mecanismo, o reducir el número de actuadores que se necesitarían emplear para el desempeño de la tarea cinemática de cierto elemento del mecanismo llamado seguidor. Usualmente es en ese seguidor donde se suele ubicar la herramienta que desempeñará la tarea de manufactura. La reducción en el número de actuadores minimiza costos de fabricación, montaje, mantenimiento y programación para la secuencia de los actuadores (motores o servomotores). Lo anterior ha contribuido a que los engranajes no circulares estén reemplazando de forma paulatina las conexiones tradicionales de engranes circulares en de los mecanismos planares, (Freudenstein y Primrose, 1963; Roth y Freudenstein, 1963; Erdman y Sandor, 1971; Duffy, 1980; Dimaragonas, *et al.*, 1971; Sandor, *et al.*, 1971; Dooner, 2001). Algunos ejemplos de uso de los engranes no circulares son, entre otros, los sistemas de dirección de vehículos (Emura y Arakawa, 1992), sistemas donde se desea una reducción de fluctuación en el torque y velocidad (Dooner, 1997), prensas de forja (Doege, *et al.*, 2001), mecanismos de balanceo (Han, 1997; Yaoy Yan, 2003; Kochev, 1990), y el diseño de mecanismos donde un punto en el seguidor pueda generar una función matemática arbitraria (Roldán-Mckinley *et al.*, 2005).

Idealmente, los engranajes no circulares se incluyen en mecanismos y robots con el fin de reducir la movilidad del mecanismo al valor ideal de uno, para así requerir de un único actuador (lineal o rotacional) cuyo movimiento determine la posición de cada eslabón del mecanismo (Freudenstein y Primrose, 1963; Dooner, 2001; Emura y Arakawa,

1992; Roldán-Mckinley, *et al.*, 2005) y por ende la posición y orientación del efector final. Al tener un único actuador, se reducen los costos de construcción y control del sistema, pero aunque la mayoría de las veces se logran mejores trayectorias y orientación de la herramienta en el seguidor, no siempre es posible satisfacer todos los puntos inicialmente propuestos en trayectoria y orientación, o se satisfacen muy pocos puntos. En estos casos se requiere de la optimización total del mecanismo, lo cual no se analiza en el presente artículo y es fuente para otros trabajos de investigación.

Considere el mecanismo de seis elementos presentado en la Figura 1, el cual fue propuesto por Roldán-Mckinley *et al.*, 2005. La movilidad del mecanismo de acuerdo con la ley de Grübler es

$$m = 3(n - 1) - 2f_1 - f_2 \quad (1)$$

donde:

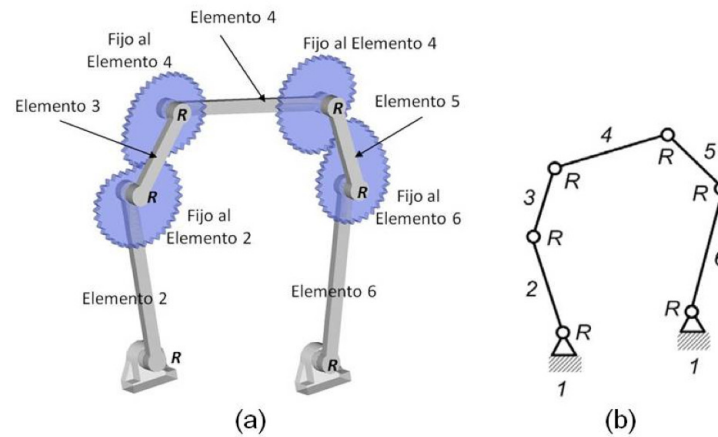
m : movilidad del mecanismo o número de actuadores necesarios

n : número de elementos (o eslabones)

f_i : número de juntas cinemáticas de i grados de libertad.

Para el mecanismo mostrado en la Figura 1(a), se cuentan 6 eslabones (el eslabón 1 es el fijo o tierra), $n = 6$; hay 6 juntas de revoluta (R) que permiten movimiento relativo rotatorio únicamente, $f_1 = 6$; hay 2 conexiones de engranajes por lo que $f_2 = 2$. Reemplazando estos valores en la Ec. (1) se obtiene para la movilidad del mecanismo $m = 1$, lo cual indica que se requiere solamente un actuador (motor) para conocer en todo momento la posición y orientación de cada elemento en el mecanismo.

Figura 1. (a) Mecanismo de seis barras con dos conexiones de engranajes no circulares
(b) Mecanismo de seis barras sin conexiones de engranajes



En el presente artículo se considera el mecanismo de seis elementos, presentado en la Figura 1(b), cuya movilidad se reduce a la unidad mediante la integración de dos conexiones de engranajes. Con respecto a la tarea cinemática del mecanismo, solo se desea posicionar un punto en el elemento efector (aquel al que se encuentra fijada la herramienta), es decir se trata el problema de la generación de trayectoria. La posición del efector no es de interés en esta propuesta. La trayectoria (posición) de la herramienta se modela como una función continua a lo largo de un intervalo.

El objetivo de este artículo es proponer un método que permita encontrar la relación de transmisión de todas las posibles conexiones de engranajes no circulares que se puedan integrar en el mecanismo. La motivación de este reporte se basa en el hecho que no siempre es posible la síntesis de transmisiones de engranajes no circulares puesto que algunas veces la relación de transmisión alcanza valores asintóticos (Roldán-Mckinley *et al.*, 2005) que no permiten la fabricación de los engranajes. Al tener más conexiones de engranajes no circulares para considerar, se incrementa la posibilidad de poder integrar las dos conexiones de engranajes no circulares que se necesitan para reducir la movilidad del mecanismo en la Figura 1(b) a la unidad, al tiempo que se satisface la tarea cinemática. Se delimita el alcance de esta propuesta, solo se desea proponer un método para hallar la relación de engranajes. No se propone la síntesis de la curva primitiva ni se considera la geometría de los dientes.

Planteamiento del problema

La Figura 2(a) presenta la nomenclatura necesaria para el análisis del problema.

Conocido: Longitudes de eslabones $l_1, \dots, l_6$; geometría del efector (elemento 4), longitud p_4 (o ρ_4) y ángulo γ_1 (o γ_2), trayectoria del punto **P** en el seguidor especificada por la función $f(x)$; a lo largo del intervalo $[x_o, x_f]$.

Encontrar: La relación de transmisión de cada conexión de engranajes no circulares que se pueda integrar en el mecanismo. Luego, escoger las dos relaciones de transmisión que presenten la menor no circularidad.

Para solucionar el problema antes descrito, se propone la metodología descrita a lo largo de las siguientes secciones.

Solución del problema

Cinemática inversa

La Figura 2(b) muestra la representación vectorial del mecanismo desde el origen del sistema de referencia hasta el punto de interés **P** en el seguidor. Las ecuaciones escalares extraídas de las dos ecuaciones vectoriales son

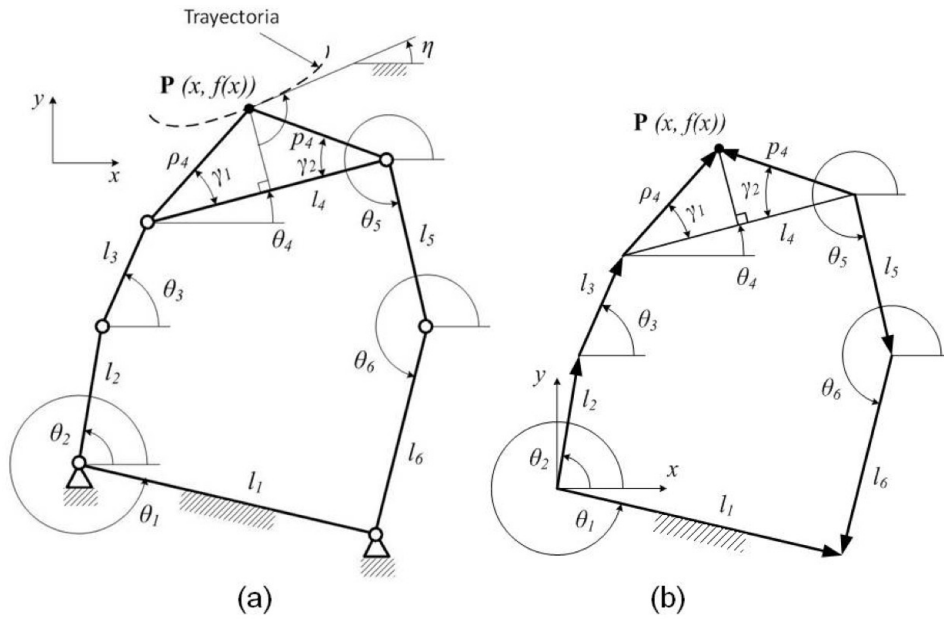
$$l_2 \cos \theta_2 + l_3 \cos \theta_3 + \rho_4 \cos(\gamma_1 + \theta_4) = x \quad (2)$$

$$l_2 \sin \theta_2 + l_3 \sin \theta_3 + \rho_4 \sin(\gamma_1 + \theta_4) = f(x) \quad (3)$$

$$-l_1 \cos \theta_1 + l_5 \cos \theta_5 + l_6 \cos \theta_6 - p_4 \cos(\pi - \gamma_2 + \theta_4) = -x \quad (4)$$

$$-l_1 \sin \theta_1 + l_5 \sin \theta_5 + l_6 \sin \theta_6 - p_4 \sin(\pi - \gamma_2 + \theta_4) = -f(x) \quad (5)$$

Figura 2. (a) Nomenclatura del mecanismo de seis barras
(b) Esquema vectorial para el análisis cinemático



Puesto que no se requiere mantener una orientación especificada para el efector, su ángulo de posición, θ_4 , puede ser asignado de manera arbitraria para cada posición del mecanismo. Los términos que

contienen este ángulo pueden, entonces, ser enviados al lado derecho de las ecuaciones (2) a (5) y se puede resolver dicho sistema para los ángulos θ_2 , θ_3 , θ_5 y θ_6 para obtener

$$\theta_2(x) = 2 \arctan \left[\frac{-\beta_2 \pm \sqrt{\beta_2^2 - 4\alpha_2\phi_2}}{2\alpha_2} \right], \quad \theta_3(x) = 2 \arctan \left[\frac{-\beta_2 \pm \sqrt{\beta_2^2 - 4\alpha_3\phi_3}}{2\alpha_3} \right] \quad (6), (7)$$

$$\theta_5(x) = 2 \arctan \left[\frac{-\beta_5 \pm \sqrt{\beta_5^2 - 4\alpha_5\phi_5}}{2\alpha_5} \right], \quad \theta_6(x) = 2 \arctan \left[\frac{-\beta_5 \pm \sqrt{\beta_5^2 - 4\alpha_6\phi_6}}{2\alpha_6} \right] \quad (8), (9)$$

donde

$$\begin{aligned}\beta_2 &= -2[f(x) - \rho_4 \sin(\gamma_1 + \theta_4)], \\ \alpha_2 &= \frac{(x - \rho_4 \cos(\gamma_1 + \theta_4))^2 + \left(\frac{\beta_2}{2}\right)^2 + l_2^2 - l_3^2}{2l_2} + x - \rho_4 \cos(\gamma_1 + \theta_4), \\ \alpha_2 &= \frac{(x - \rho_4 \cos(\gamma_1 + \theta_4))^2 + \left(\frac{\beta_2}{2}\right)^2 + l_2^2 - l_3^2}{2l_2} + x - \rho_4 \cos(\gamma_1 + \theta_4), \\ \phi_2 &= \frac{(x - \rho_4 \cos(\gamma_1 + \theta_4))^2 + \left(\frac{\beta_2}{2}\right)^2 + l_2^2 - l_3^2}{2l_2} - x + \rho_4 \cos(\gamma_1 + \theta_4), \\ \alpha_3 &= \frac{(x - \rho_4 \cos(\gamma_1 + \theta_4))^2 + \left(\frac{\beta_2}{2}\right)^2 + l_3^2 - l_2^2}{2l_3} + x - \rho_4 \cos(\gamma_1 + \theta_4), \\ \phi_3 &= \frac{(x - \rho_4 \cos(\gamma_1 + \theta_4))^2 + \left(\frac{\beta_2}{2}\right)^2 + l_3^2 - l_2^2}{2l_3} - x + \rho_4 \cos(\gamma_1 + \theta_4),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\beta_5 &= 4\Sigma l_5, \quad \alpha_5 = -(\Sigma^2 + \Psi^2 + l_5^2 - l_6^2) - 2\Sigma l_5, \quad \phi_5 = 2\Sigma l_5 - (\Sigma^2 + \Psi^2 + l_5^2 - l_6^2), \\ \Psi &= f(x) - \rho_4 \sin(\pi - \gamma_2 + \theta_4) - l_1 \sin \theta_1, \quad \alpha_6 = -(\Sigma^2 + \Psi^2 + l_6^2 - l_5^2) - 2\Sigma l_6, \quad \phi_6 = 2\Sigma l_6 - (\Sigma^2 + \Psi^2 + l_6^2 - l_5^2).\end{aligned}$$

Las ecuaciones (6) a (9) han resuelto la cinemática inversa del mecanismo de seis barras.

Relación de engranajes

La relación de engranajes, g , para engranajes no circulares se define (Dooner y Seireg, 1995) como el cociente del cambio infinitesimal del ángulo de salida, α , y el cambio infinitesimal del ángulo de entrada, θ :

$$g = \frac{d\alpha}{d\theta} \quad (10)$$

Se considera ángulo de salida aquel asociado con la rotación del cuerpo conducido, y ángulo de entrada aquel asociado con el cuerpo conductor. La integración de engranajes solidarios a los elementos en el mecanismo, figura 3, hace necesario la modificación de la relación de engranajes presentada en la

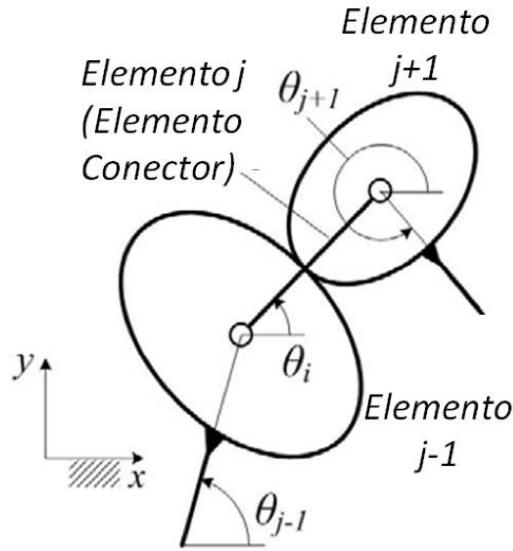
ecuación (10) puesto que todos los elementos estarán en movimiento.

Para engranajes solidarios a elementos cuyos centros de rotación cambian de posición y que están conectados entre sí, figura 3 (juntas de revoluta), la relación de engranajes se halla mediante el cociente de los diferenciales de los ángulos absolutos, es decir, se deben corregir los ángulos para la posición de referencia de cada cuerpo para obtener

$$g_j = \frac{d(\theta_{j+1} - \theta_j)}{d(\theta_j - \theta_{j-1})} \quad (11)$$

donde g_j es la relación de engranajes para la conexión de engranajes j , cuyo elemento conector es el elemento j y tiene distancia entre centros l_j , y $d\theta_j$ es el cambio instantáneo para el ángulo de posición θ_j .

Figura 3. Nomenclatura de conexión de engranajes no circulares con todos los elementos en movimiento



La posición del punto **P** en el efector se relaciona con la relación de transmisión en la ecuación (11) al introducir el radio unitario dx/dx para transformar dicha ecuación en

$$g_j = \frac{\frac{d\theta_{j+1}}{dx} - \frac{d\theta_j}{dx}}{\frac{d\theta_j}{dx} - \frac{d\theta_{j-1}}{dx}} \quad (12)$$

El siguiente paso es buscar los cambios infinitesimales para cada ángulo de posición, es decir se deben encontrar los radios $d\theta_j/dx, \dots, d\theta_6/dx$. Se estableció anteriormente que el ángulo de posición θ_4 es arbitrario puesto que solo la posición del punto **P** en el efector es de interés. De no existir una ecuación que relacione el ángulo θ_4 con la trayectoria, el radio $d\theta_4/dx$

dx puede ser determinado mediante aproximación numérica. Los restantes radios $d\theta_2/dx, d\theta_3/dx, d\theta_5/dx$ y $d\theta_6/dx$ se hallan derivando las ecuaciones (2) a (5) con respecto a x , y enviando al lado derecho los términos con θ_4 y $d\theta_4/dx$ para expresarlo en forma compacta como

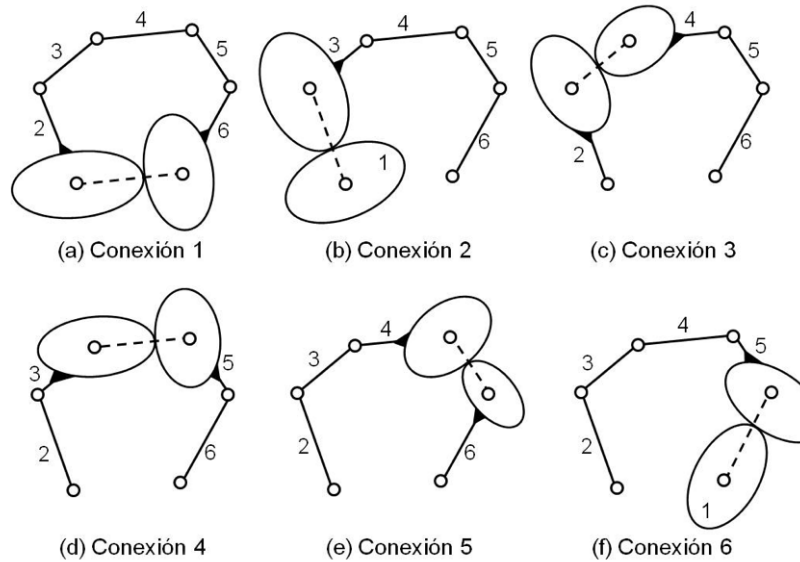
$$\begin{bmatrix} \theta_2' \\ \theta_3' \\ \theta_5' \\ \theta_6' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_2 \sin \theta_2 & l_3 \sin \theta_3 & 0 & 0 \\ l_2 \cos \theta_2 & l_3 \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_5 \sin \theta_5 & l_6 \sin \theta_6 \\ 0 & 0 & l_5 \cos \theta_5 & l_6 \cos \theta_6 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1 - \rho_4 \sin(\gamma_1 + \theta_4) \theta_4' \\ f'(x) - \rho_4 \cos(\gamma_1 + \theta_4) \theta_4' \\ -1 - p_4 \sin(\pi - \gamma_2 + \theta_4) \theta_4' \\ f'(x) - p_4 \cos(\pi - \gamma_2 + \theta_4) \theta_4' \end{bmatrix} \quad (13)$$

donde $\theta'_j = d\theta_j/dx$

De esta manera se han determinado los radios de los cambios infinitesimales de los ángulos de posición con respecto al cambio en la trayectoria.

La figura 4 presenta las diferentes conexiones de engranajes que se podrían considerar para el mecanismo de seis barras, una conexión por cada elemento del mecanismo y la longitud de cada mecanismo sería la distancia entre centros de dicha conexión.

Figura 4. Diferentes conexiones de engranajes no circulares que pueden ser integradas en el mecanismo de seis barras



Aplicando la ecuación (12) a cada conexión en la figura 4, donde g_j es la relación de engranajes para la conexión j mostrada en la Figura 4, se obtiene substituyendo los radios obtenidos de la ecuación (13) en la ecuación (12) para cada caso:

$$g_1 = \frac{\frac{d\theta_6}{dx}}{\frac{d\theta_2}{dx}} \quad g_2 = \frac{\frac{d\theta_3}{dx} - \frac{d\theta_2}{dx}}{\frac{d\theta_2}{dx}} \quad (14), (15)$$

$$g_3 = \frac{\frac{d\theta_4}{dx} - \frac{d\theta_3}{dx}}{\frac{d\theta_3}{dx} - \frac{d\theta_2}{dx}} \quad g_4 = \frac{\frac{d\theta_5}{dx} - \frac{d\theta_4}{dx}}{\frac{d\theta_4}{dx} - \frac{d\theta_3}{dx}} \quad (16), (17)$$

$$g_5 = \frac{\frac{d\theta_6}{dx} - \frac{d\theta_5}{dx}}{\frac{d\theta_5}{dx} - \frac{d\theta_4}{dx}} \quad g_6 = \frac{-\frac{d\theta_6}{dx}}{\frac{d\theta_6}{dx} - \frac{d\theta_5}{dx}} \quad (18), (19)$$

Las ecuaciones (14) a (19) permiten encontrar las relaciones de engranajes para cada posible conexión de engranajes en el mecanismo de seis barras.

La naturaleza cuadrática de las soluciones de los ángulos de posición (cuadráticas) de las ecuaciones (6) a (9) indica que en total se pueden obtener 4 configuraciones para el mecanismo. Solo se necesitan dos conexiones de engranajes de las seis propuestas en las ecuaciones (14) a (19).

Se propone el modelo de combinaciones sin repetición de n elementos tomados de p en p para hallar el número de combinaciones de conexiones de engranajes. Puesto que hay 4 configuraciones de la cinemática, se obtiene el número total de soluciones, N ,

$$N = 4 \frac{n!}{p!(n-p)!} \quad (20)$$

Usando la ecuación (20) con $p = 2$ y $n = 6$, se obtiene un total de 60 soluciones a ser consideradas para posicionar el efector utilizando dos conexiones de engranajes.

Resultados

Considere una tarea cinemática de soldadura donde el electrodo ha de generar un cordón de soldadura que puede ser modelado como una función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, cuyos coeficientes son dados en la tabla 1 ya lo largo del intervalo $[x_o, x_f]$ especificado en la tabla 1.

Se define el paso o incremento a lo largo del intervalo de 5mm, es decir, se ha dividido la trayectoria en 12 posiciones. La orientación del efector, ángulo θ_p , se especifica constante e igual a 10° . Tanto la función que describe la trayectoria de la herramienta como el intervalo tienen como referencia un sistema coordenado fijo posicionado como se muestra en la figura 2(b). También se muestran las longitudes del mecanismo y los ángulos que definen la geometría del mismo.

Las dos soluciones para los ángulos de posición θ_2 , θ_3 , θ_5 y θ_6 relacionados con la abscisa de la trayectoria son presentadas en la figura 5. Tales soluciones ofrecen cuatro posibles configuraciones para el mecanismo, presentadas en la figura 6.

Tabla 1. Parámetros de entrada para el ejemplo numérico

Parám.	Valor	Parám.	Valor	Parám.	Valor	Parám.	Valor
a [1/mm]	-2.3696E-3	θ_l [deg]	43.8	l_2 [mm]	200	l_6 [mm]	180
b [-]	0.2367	γ_l [deg]	49	l_3 [mm]	160	x_o [mm]	20
c [mm]	418.325	ρ_4 [mm]	145	l_4 [mm]	200	x_f [mm]	70
σ [°]	80	l_l [mm]	500	l_5 [mm]	220	Δ_x [mm]	5

Las razones de cambio de los ángulos de posición con respecto a la abscisa de la trayectoria son halladas con la ecuación (13) y se presentan en la figura 7.

Finalmente, las relaciones de engranaje, ecuaciones (14) a (19), se presentan en la figura 8 para la solución 1 y la solución 2.

Figura 5. Ángulos de posición *versus* x para cada solución

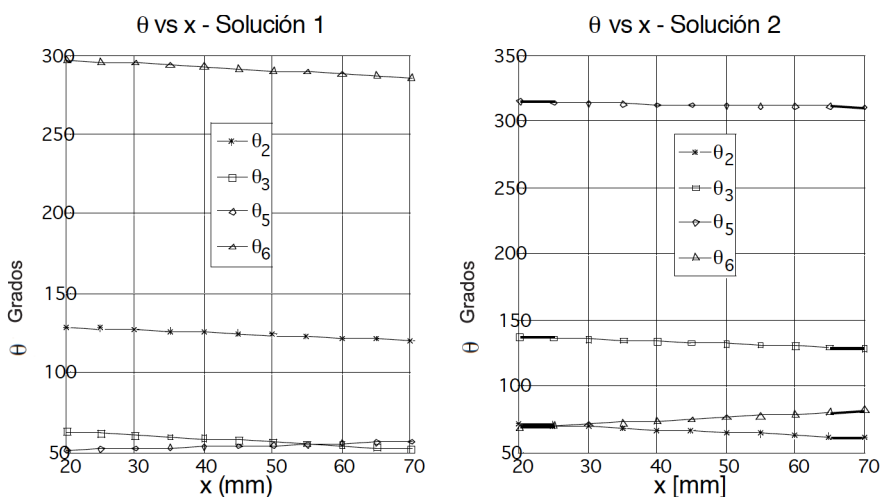


Figura 6. Cuatro configuraciones del mecanismo que satisfacen la trayectoria del efector

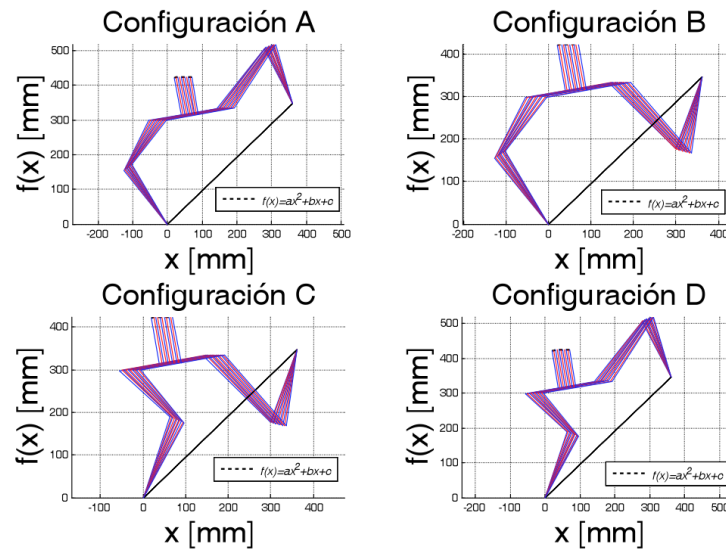


Figura 7. Razones de cambio de los ángulos de posición

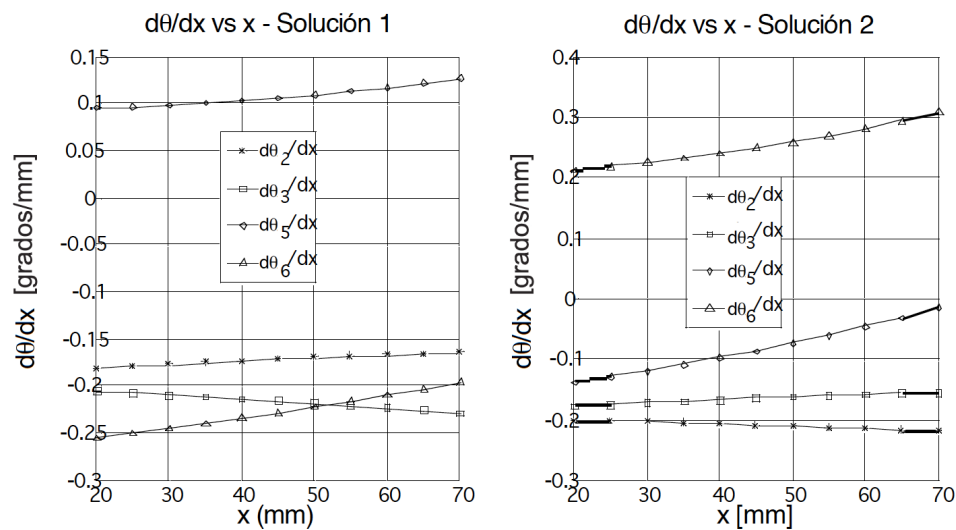
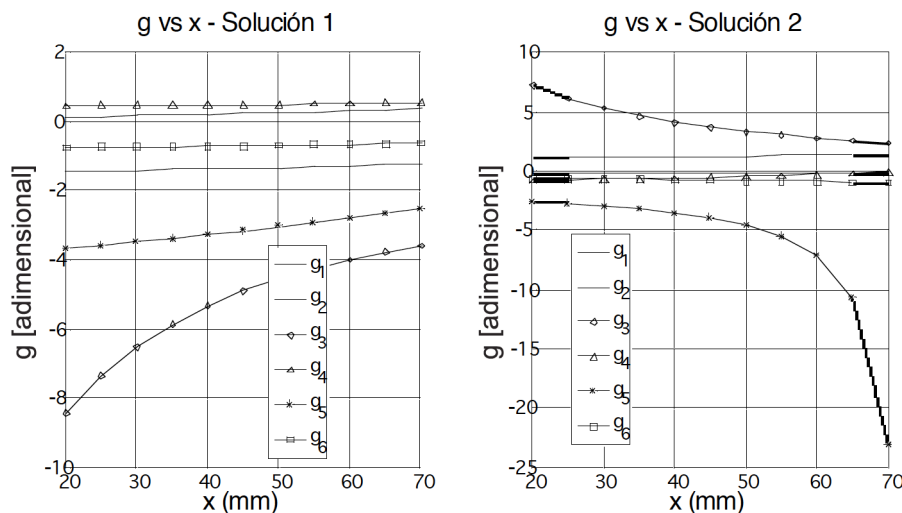


Figura 8. Valores de la relación de transmisión para cada solución



Discusión

Las relaciones de engranajes con valores negativos, figura 8, son descartadas puesto que ellas corresponden a conexiones con un engranaje interno cuya integración en el mecanismo no sería práctica. Se descartan entonces las conexiones g_1 , g_3 , g_5 y g_6 de la solución 1 y las conexiones g_2 , g_4 , g_5 y g_6 para la solución 2.

La conexión g_3 en la solución 2 también se descarta puesto que presenta un valor demasiado grande cerca de $x = 20$ mm, lo cual conllevaría a un perfil de engranaje no circular muy irregular que introduciría grandes cargas inerciales que afectarían el desempeño del mecanismo.

Las conexiones g_2 y g_4 para la solución 1, y la conexión g_1 para la solución 2 serían las únicas candidatas a ser tenidas en cuenta para la síntesis de la curva primitiva, la siguiente etapa en el diseño de las conexiones de engranajes. Sólo dos de estas conexiones necesitan ser incorporadas en el mecanismo para satisfacer la tarea cinemática.

Conclusión

En este artículo se presentó un método para determinar las relaciones de engranajes de todas las conexiones de engranajes no circulares que podrían ser integradas en un mecanismo planar de seis barras cuya tarea cinemática es la generación de trayectoria. Se presentó la cinemática inversa del mecanismo y se propuso un sistema de ecuaciones para la determinación analítica de las razones de cambio de los ángulos de posición. La abscisa de la trayectoria pudo ser usada para la determinación de las relaciones de engranajes. La solución analítica propuesta descarta el uso de aproximaciones numéricas para hallar la relación de engranajes, lo cual evita errores inherentes a las aproximaciones numéricas. Se encontró que un total de 60 configuraciones potencialmente generan la trayectoria deseada. En el ejemplo numérico propuesto, solo tres conexiones de engranajes podrían ser consideradas para fabricación. Los resultados fueron ilustrados con gráficas generadas usando Matlab.

Referencias

- Dimaragonas, A. D., Erdman G. N. y Sandor A. G. (1971). Synthesis of a Geared N-Bar Linkage. Trans. ASME (J. Eng. for Industry), pp. 157-164.
- Doege, E.; Meinem, J.; Neumaier, T. y Schaprian, M. (2001). "Numerical Design of a New Forging Press Drive Incorporating Non-Circular Gears". Proc. Instn. Mech. Engrs. Vol. 215(B). pp. 465-471.
- Dooner, D. (1997). Use of Non-Circular Gears to Reduce Torque and Speed Fluctuations in Rotating Shafts. Trans. ASME (J. Mech. Des.). Vol. 119, pp. 299-306.
- Dooner, D. (2001). Function Generation Utilizing an Eight-Link Mechanism and Optimized Non-Circular Gear Elements with Application to Automotive Steering. Trans. ASME (J. Mech. Des.). N°. 215, pp. 847-857.
- Dooner, D. y Seireg, A. (1995). The Kinematic Geometry of Gearing. New York: John Wiley & Sons Inc.
- Duffy, J. (1980). Analysis of Mechanisms and Robot Manipulators. New York: John Wiley & Sons Inc.
- Emura, T. y Arakawa, A. (1992). A New Steering Mechanism Using Non-Circular Gears. Int. J. Jap. Soc. Mech. Engrs. (Series III). Vol. 35. N°. 4, pp. 604-610.
- Erdman, A. G. y Sandor, G. N. (1971). Kinematic Synthesis of a Geared Five-Bar Function Generator. Trans. ASME (J. Eng. for Industry). Vol. 93B. N°. 1, pp. 157-164.
- Freudenstein, F. y Primrose, E. J. (1963). Geared Five-Bar Motion. Trans. ASME, (J. App. Mech.). Vol. 30. N°. 85E, pp. 161-175.
- Han, J. Y. (1997). Complete Balancing of the Shaking Moment in Spatial Linkages by Adding Planar Non-Circular Gears. Archive of App. Mechs. Vol. 67, pp. 44-49.
- Kochev, I. S. (1990). General Method for Active Balancing of Combined Shaking Moment and Torque Fluctuations in Planar Linkages. Mech. Mach. Theory. Vol. 25. N°. 6, pp. 679-687.
- Roldán-Mckinley, J.; Crane, C.; Dooner, D. y Kamath, J-F. (2005). Planar Motion Generation Incorporating a 6-Link Mechanism and Non-Circular Gear Elements. Proc. of the ASME 29th Mechanism and Robotics Conference. Long Beach, CA, Sept. 24-28, pp. 393-403.
- Roth, B. y Freudenstein, F. (1963). Synthesis of Path-Generating Mechanisms by Numerical Methods. Trans. ASME (J. Eng. for Industry). N°. 30, pp. 298-305.
- Sandor, G. N.; Rao, A. V. y Kramer, S. N. (1971). Geared Six-Bar Design. Proceedings of the 2nd OSU Applied Mechanics Conference. Stillwater, Oklahoma, Oct. 7-9, pp. 25-1 a 25-13.
- Yao, Y-A. y Yan, H-S. (2003). A New Method for Torque Balancing of Planar Linkages using Non-Circular Gears. Proc. Instn Mech. Engrs. Vol. 217(C), pp.495-503

Sobre los autores:

Javier Roldán Mckinley

Profesor de la Universidad del Atlántico, Programa Ingeniería Mecánica. PhD en Ingeniería Mecánica (University of Florida), MSc en Ingeniería Mecánica (University of Puerto Rico at Mayagüez), Ingeniero Mecánico (Universidad del Atlántico).^{^,*}
javierroldan@mail.uniatlantico.edu.co

James Díaz González

Ingeniero de diseño y control de BMT Designers and Planners Inc. PhD en Ingeniería Mecánica (Michigan Technological University), MSc en Ingeniería Mecánica (University of Puerto Rico at Mayagüez), Ingeniero Mecánico (Universidad del Atlántico).[^]
jjadigo@gmail.com

Eugenio Yime Rodríguez

Profesor de la Universidad Tecnológica de Bolívar, Dpto. Ing. Mecánica y Mecatrónica. PhD en Automática y Robótica (Universidad Politécnica de Madrid), Magister en Ingeniería Mecánica (Universidad de los Andes), Ingeniero Mecánico (Universidad del Norte).[^]
eyime@unitecnologica.edu.co

Carolina Devia Acosta

Ingeniera de Hydraulic Systems. Ingeniera Mecánica (Universidad del Atlántico). ingcda@gmail.com

[^]: Grupo de Investigación en Automatización y Robótica-GIAR de la Universidad del Atlántico

^{*}: Autor de contacto

Los puntos de vista expresados en este artículo no reflejan necesariamente la opinión de la Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería.