

## AMBIENTES VIRTUALES COLABORATIVOS EN CURSOS DE MATEMÁTICAS PARA INGENIERÍA SOPORTADOS POR REDES DE ALTA VELOCIDAD

**Helmuth Trefftz, Juliana Restrepo y Pedro Esteban D.**

Universidad EAFIT, Medellín (Colombia)

**Ángela María Jiménez y Fáber Danilo Giraldo**

Universidad del Quindío, Armenia (Colombia)

**Luis Carlos Rojas Flórez y Alex Restrepo**

Universidad EAFIT, Medellín (Colombia)

**Andrus Allan Giraldo y Camila Peñaloza Barrera**

Universidad EAFIT, Medellín (Colombia)

**Daniel Andrés Peláez López y Julián Alejandro Lamprea**

Universidad del Quindío, Armenia (Colombia)

### Resumen

La interacción a distancia entre grupos y comunidades educativas es una necesidad creciente. Cada día se comparten cursos, seminarios, conferencias y objetos de aprendizaje en tiempo real entre instituciones que se encuentran ubicadas en el mismo lugar o lugares geográficamente diferentes. La plataforma de Telepresencia, desarrollada entre la Universidad EAFIT, Medellín (Colombia) y la del Universidad del Quindío, Armenia (Colombia), permite compartir cursos entre diversas instituciones educativas. A través de la herramienta, profesores de una institución pueden impartir cursos en tiempo real a estudiantes de otra(s) institución(es) simulando el ambiente de una clase presencial, en donde tanto el docente como los estudiantes pueden interactuar sobre un ambiente virtual colaborativo. En este artículo se presentan los resultados de la aplicación de Telepresencia soportada por la Red RENATA en un curso de cálculo en varias variables, diseñado en el marco de la pedagogía de la enseñanza para la comprensión.

**Palabras claves:** Telepresencia, enseñanza a distancia, cálculo en varias variables, enseñanza para la comprensión.

### Abstract

Remote interaction between groups and educational communities is a growing need. Every day, we share courses, seminars, conferences and learning objects in real time between institutions that are located in the same place or different geographical locations. Telepresence platform, developed by EAFIT University, Medellín (Colombia) and the University of Quindío, Armenia (Colombia), permits to share courses among various educational institutions. Through this tool teachers from one institution can provide

real-time courses to students from other(s) institution(s) simulating the context of a face class, where both (teacher and students) can interact on a collaborative virtual environment. This paper presents the results of applying Telepresence supported by the RENATA Network in a course of multi-variable Calculus, designed it accordance to the Teaching for Understanding (TFU) pedagogical framework.

**Keywords:** Telepresence, distance education, multi-variable calculus, teaching for understanding.

## Introducción

Durante los años 2003 y 2004, el laboratorio de Realidad Virtual de la Universidad EAFIT adelantó el proyecto “Telepresencia aplicada a la Educación Superior”, con apoyo de Colciencias (Departamento Administrativo Colombiano para el Desarrollo de la Ciencia y la Tecnología). Como parte del proyecto, se construyó un prototipo de un sistema de Telepresencia que combina realidad virtual, audio y video sobre *Internet* para formar un mundo virtual colaborativo. Este sistema permite que un instructor y sus alumnos interactúen de manera sincrónica, a pesar de estar físicamente en sitios diferentes. Los resultados de la primera etapa, utilizando el prototipo, permitieron concluir que el uso del sistema en conjunto con un marco pedagógico asociado (en este caso la Enseñanza para la Comprensión), permite que los alumnos en un proceso de enseñanza a distancia obtengan niveles de comprensión iguales o superiores a los que se les brinda una enseñanza presencial. (Escobar et al., 2003) (Agudelo, et al, 2004).

Durante los años 2005 y 2006 la plataforma de Telepresencia fue usada en conjunto por la Universidad EAFIT y la Universidad del Quindío (Colombia), en cursos de Física aplicada a la construcción, obteniendo excelentes resultados en cursos de educación superior a distancia, registrados en Giraldo et al., (2006) y Trefftz et al., (2007). Entre los años 2008 y 2009 las Universidades anteriormente mencionadas, con el patrocinio del Ministerio de Educación de Colombia y COLCIENCIAS ejecutaron el proyecto de investigación denominado “*Evolución de la herramienta de Telepresencia y su aplicación en educación a distancia en regiones del país utilizando RENATA*”, código *IF005-07*, con el cual se busca mejorar e implantar en forma masiva (abierto) la herramienta de Telepresencia de tal forma que las Universidades involucradas en el proyecto impartan cursos en los que sus docentes se

encuentren en sus campus y los estudiantes en regiones de influencia de las Universidades participantes. Para masificar el uso de la plataforma de Telepresencia se utiliza la Red Nacional Académica de Alta Velocidad de Colombia – **RENATA**. Esta red es administrada por la Corporación RENATA, de la cual son miembros las Redes Académicas Regionales de Colombia, el Ministerio de Comunicaciones, el Ministerio de Educación y Colciencias. Las Redes Académicas de Tecnología Avanzada facilitan el trabajo académico colaborativo, permiten compartir información, acceder a equipos de laboratorio, transferir altos volúmenes de datos, desarrollar aplicaciones con procesamiento distribuido y soportar experimentos complejos, cruciales para la investigación. De igual forma, facilitan la comunicación y el trabajo en equipo entre investigadores que están geográficamente dispersos en distintas regiones del país o del exterior facilitando el desarrollo de proyectos conjuntos de carácter académico, científico y tecnológico. La serie de Redes Académicas Avanzadas interconectadas conforman lo que podría llamarse la Red Mundial de Investigación y Desarrollo (ReD+I) a la que desde Colombia sólo se puede acceder a través de RENATA.

El objetivo de esta investigación es aportar al mejoramiento del cubrimiento y de la calidad de la educación en Colombia. En el país, como en muchos otros en vías de desarrollo, los instructores más calificados y las instituciones educativas con más alta calidad están concentrados en las grandes urbes, y más aún, en sectores privilegiados de las mismas. Hay, sin embargo, un número muy grande de colombianos que no tienen acceso a una educación de alta calidad por vivir regiones apartadas de las zonas privilegiadas o por no poder cubrir los costos asociados a su instrucción. Implementar proyectos como el que se presenta en esta propuesta le permitirá a las entidades educativas de alta calidad ampliar su cubrimiento y de esta forma alcanzar a grupos de personas que no pueden acceder a este tipo de educación.

## Ambientes virtuales en la educación

La realidad virtual se ha utilizado desde sus comienzos para entrenamiento y educación. Se podría considerar, incluso, que los simuladores de vuelo, a los cuales se incorporaron pantallas para ofrecer retroalimentación visual a los pilotos en sus entrenamientos en 1972, fueron los primeros dispositivos de “realidad virtual” utilizados en entrenamiento. Los simuladores de vuelo se consideran tan efectivos que hoy en día su uso forma parte del entrenamiento y recertificación periódica de la mayor parte de los pilotos comerciales en el mundo. Brooks cita los simuladores como una de las aplicaciones tempranas más exitosas de la Realidad Virtual en su artículo “*What is real about Virtual Reality*”, (Brooks, 1999). En este artículo el autor cita el simulador de Boeing 747 de British Airways en Heathrow, y el simulador para entrenar capitanes de barco del “Warsash Maritime Centre of Southampton Institute”. Desde entonces, la realidad virtual se ha utilizado para implementar simuladores de diferentes tipos de vehículos, desde entrenadores para ciclistas, hasta conductores de maquinaria pesada, pasando por simuladores de conducción de vehículos livianos para aprender a conducir. Este tipo de aplicaciones ha permeado el mundo de los juegos, y es fácil encontrar simuladores en los cuales dos usuarios pueden competir uno contra otro en un circuito virtual. Estos simuladores, bien sea para entrenamiento o para diversión, son un ejemplo de realidad virtual distribuida.

En el entrenamiento se trata de transferir, en general, destrezas en el manejo de los vehículos o dispositivos. Estas destrezas son principalmente motrices o de tipo coordinación ojo-mano. En las aplicaciones educativas, por el contrario, se trata de transferir habilidades cognitivas, desarrolladas en el entorno virtual, a otros contextos en los cuales se utilizan. En las aplicaciones educativas con realidad virtual, se ha reconocido desde el principio, la importancia de permitir que varias personas se “encuentren” en el espacio virtual, bien sea en una relación profesor-estudiante para una sesión de tutoría o en una relación estudiante-estudiante para realizar exploraciones conjuntas. Uno de los pioneros, en el área, Chris Dede, reporta desde el año 1995 (Dede, 1995), su exploración en técnicas constructivistas para el aprendizaje en ambientes virtuales colaborativos. El tema ha sido explorado

por diferentes grupos y ha ganado una importancia considerable. En el año 2007, Hannes Kaufmann dictó un tutorial acerca de realidad virtual distribuida en la educación, haciendo énfasis en herramientas para el aprendizaje colaborativo de geometría y otras áreas de la matemática (Kaufmann, 2007). Tal vez la aplicación de realidad virtual distribuida más utilizada en el mundo es la plataforma *Second Life* y numerosos docentes han construido espacios para el aprendizaje en dicha plataforma. En mayo de 2007 se encontraron en el ciberespacio 1300 educadores para compartir las mejores prácticas en aplicaciones educativas de *Second Life* (SecondLife 2003). Nuestro grupo ha explorado el uso de realidad virtual colaborativa, en la forma de Telepresencia, en diversos tipos de cursos con buenos resultados (Agudelo, A., Escobar, L., Restrepo, J., Zea, C. & Trefftz, H., 2004); (Giraldo, F., Jiménez, A., Esteban, P. & Trefftz, H. 2006). Adicionalmente, se ha explorado el uso de realidad aumentada colaborativa para apoyar la enseñanza de cálculo en varias variables, (Orozco, C., Esteban, P., & Trefftz, H., 2006), también con buenos resultados desde el punto de vista pedagógico.

Con el desarrollo del presente proyecto se buscan dos aspectos fundamentales: (i) Convertir la plataforma de Telepresencia en un producto robusto que se pueda utilizar en las condiciones reales de la infraestructura tecnológica de nuestro país, esto es, que pueda operar sobre líneas de comunicaciones comunes sobre Internet o sobre redes académicas de alta velocidad. (ii) Permitir que otras universidades del país utilicen el producto y desarrollen nuevos módulos con la única condición de que éstos sean puestos a disposición de otras universidades del país para construir un banco de experiencias en la utilización de la herramienta de Telepresencia en diferentes ramas del conocimiento. El logro de este objetivo depende del compromiso de las universidades que sean piloto en desarrollo del proyecto. De esta forma, se espera que se genere una dinámica que permita que los nuevos desarrollos beneficien a la comunidad educativa del país.

El proyecto propuesto consta de dos partes. En la primera parte se lleva a cabo un trabajo técnico para producir una plataforma estable encargada de crear un ambiente virtual colaborativo con transmisión de audio, video y objetos de aprendizaje 3D. En la etapa de extensión y puesta a punto se trabajó a manera de prueba piloto entre las dos universidades

para utilizar la plataforma en ambientes reales de enseñanza a distancia en sus respectivas sedes de acuerdo con un diseño pedagógico desarrollado con base en el marco pedagógico de la enseñanza para la comprensión. De manera paralela, los instructores de las universidades recibieron capacitación en el modelo educativo de la enseñanza para la comprensión y en el uso de la herramienta. En esta segunda parte, se utilizaron los nuevos desarrollos llevados a cabo por las universidades piloto en sus propias sedes. Al final, se recogieron las experiencias tanto de los desarrolladores técnicos como las realizadas por los instructores. En cada una de las pruebas se avanzó en el desarrollo del producto y de su documentación correspondiente para que pueda ser puesta a disposición de otras instituciones educativas del país.

Este proyecto de investigación busca fomentar la colaboración interinstitucional para el desarrollo de propuestas en educación superior a distancia que integren la herramienta de telepresencia y la enseñanza para la comprensión en el diseño de módulos de instrucción en diferentes áreas del conocimiento para ser impartidos a distancia, para el caso concreto de la experiencia relacionada en este artículo se trabajó con cursos de cálculo vectorial correspondiente a las ciencias básicas de la formación en ingeniería de la Universidad EAFIT y la Universidad del Quindío. En el proyecto se buscó integrar la tecnología y la pedagogía como herramientas que permiten presentar a los alumnos los conceptos de un saber de forma que los motive a comprenderlos y transformarlos de acuerdo con sus necesidades personales y sociales. Por ello, durante el desarrollo del proyecto se respondieron preguntas técnicas y pedagógicas, tales como:

- ¿Cómo combinar mensajes de audio, video y realidad virtual en el sistema propuesto de tal forma que la interacción entre el instructor y los alumnos sea adecuada?
- ¿Cuáles factores logísticos y pedagógicos permiten que una institución educativa, diferente de la creadora original del prototipo, implemente de manera exitosa el producto de Telepresencia en un ambiente real de enseñanza a distancia?
- ¿Cómo replicar los resultados de la investigación a otras instituciones del país que necesiten de

apoyo logístico y técnico como medios para ampliar la cobertura educativa en educación superior y de esta forma contribuir al mejoramiento de la calidad pedagógica en el país?

## La plataforma de Telepresencia

La herramienta de Telepresencia es una aplicación desarrollada en lenguaje Java, la cual está compuesta por 4 ambientes o módulos: un ambiente de teleconferencia (transmisión de audio y video), un ambiente de realidad virtual, un módulo de carga de objetos de aprendizaje y un ambiente para presentación de diapositivas (Giraldo et al., 2008). Telepresencia combina estos módulos con el fin de establecer un ambiente virtual colaborativo que simula el contexto de una clase presencial, permitiendo la interacción de un docente con sus estudiantes por medio de los objetos del módulo de realidad virtual, el módulo de presentación de diapositivas y el módulo de teleconferencia.

Las acciones realizadas por el docente en el módulo de realidad virtual son observadas por los estudiantes en tiempo real; de igual forma, el docente puede delegar el control de los objetos 3D cargados en la plataforma a los estudiantes para que ellos, a través de la herramienta, resuelvan problemas propuestos por el docente en los cuales se evalúa el nivel de comprensión obtenido por medio de esta interacción.

## Desarrollo de los módulos de instrucción

Para iniciar la experiencia del desarrollo del espacio académico cálculo, desde el abordaje pedagógico de la enseñanza para la comprensión, se capacitaron los docentes que orientan esta asignatura. La capacitación ofrecía una fundamentación conceptual y práctica acerca del abordaje pedagógico, y una introducción al uso de la plataforma de Telepresencia, ejecutada sobre RENATA, para impartir las clases de cálculo a distancia.

Antes de iniciar la experiencia, se indagó a los grupos que ya habían cursado la asignatura de cálculo acerca de cuáles fueron las mayores dificultades encontradas en el desarrollo del espacio académico, cuál es el principal aporte de cálculo en su formación

profesional, en qué situaciones de la vida cotidiana se visualiza, y que sugerencias o recomendaciones son necesarias para mejorar el desarrollo del espacio académico. Las respuestas de los estudiantes coincidieron en afirmar que era necesario modificar la forma en que se orientaba el espacio académico ya que es importante para su vida profesional identificar y determinar claramente la aplicabilidad del cálculo y vectorial en la vida real. Tomando como referente esta información de los estudiantes que ya habían cursado la asignatura, se pudo realizar un panorama de información preliminar acerca de los abordajes pedagógicos y metodologías empleadas en el desarrollo de la asignatura, evidenciándose la alta desmotivación, apatía y poca aplicabilidad que el estudiante percibe después de cursar esta asignatura, a tal punto que el concepto que se tiene de ésta es que es necesario cursarla más de una vez ya que es demasiado compleja y en ocasiones solo aporta a la formación profesional de unos estudiantes (ingeniería civil) y no tiene importancia para los otros (estudiantes de ingeniería de sistemas e ingeniería electrónica). A partir de esta realidad, se integró la tecnología con la pedagogía para desarrollar un curso en el que los estudiantes lo aplicaran en su entorno y en los cursos de su currículo académico.

Para la experiencia se tomaron cuatro grupos de estudiantes de tercer semestre de ingeniería, dos en la Universidad EAFIT y dos en la del Quindío. Estos grupos son heterogéneos ya que se encuentran estudiantes de ingeniería de sistemas, ingeniería civil y electrónica, son grupos de 45 estudiantes, algunos de ellos cursaban esta asignatura por segunda o tercera vez (situación que crea desmotivación), con edades que oscilan entre los 18 y 25 años; la modalidad de trabajo es presencial diurna.

### Expectativas en el desarrollo de la asignatura

Previamente se realizó un sondeo a los estudiantes de los cuatro grupos que cursarían la asignatura de cálculo (Test de conocimientos previos o *pretest*) para identificar conceptos específicos relacionados con el cálculo multivariado y vectorial: situaciones de la vida cotidiana donde se observan conceptos del cálculo vectorial, los conceptos matemáticos que se estudian en el aprendizaje del cálculo, situaciones reales donde haya usado el cálculo, entre otros.

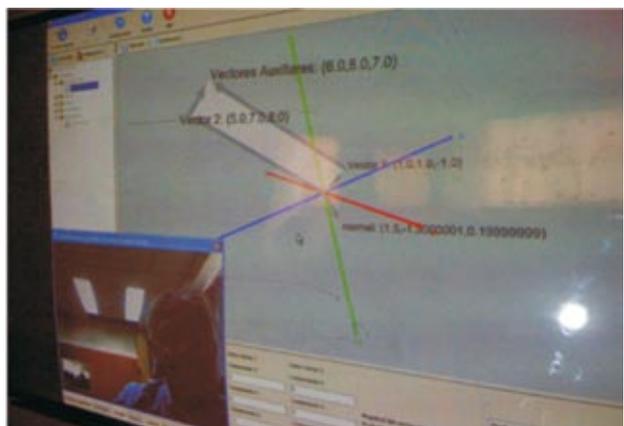
Se pretendía con este test poder identificar los preconceitos y las relaciones que establecían con algunos conceptos específicos del cálculo.

El *pretest*, contenía quince (15) preguntas de conocimiento generales sobre el cálculo. El propósito fundamental al aplicar el *pretest* fue que los estudiantes expresaran libremente lo que pensaban del espacio académico, las aplicaciones que ellos habían aprendido en asignaturas anteriores y establecieran algunas relaciones intuitivas del cálculo y su utilidad en la formación profesional. Era un test abierto que no permitía respuestas cerradas y se les solicitó responder todas las preguntas. Al analizar el conjunto de respuestas dadas por los estudiantes, se pueden destacar los siguientes aspectos:

- La gran mayoría de los estudiantes coincidieron en manifestar que el cálculo se evidencia en la vida diaria cuando se aprecian proyectos de ingeniería civil como puentes, edificios y construcciones en general, algunos expresaron la elaboración de programas avanzados de informática y en el análisis de costos y presupuestos.

Es importante resaltar que no se evidencia un nivel suficiente de argumentación para describir situaciones reales y específicas en las cuales se visualiza la aplicación del cálculo, ya que se cuenta con estudiantes de diversas carreras como ingeniería civil, ingeniería de sistemas e ingeniería en electrónica, por lo tanto, debería observarse diversidad de aplicaciones y contextos.

Gráfica 1. Ejemplo de interacción docente en una experiencia con la plataforma de Telepresencia.



Los estudiantes en su gran mayoría consideran que no han usado el cálculo en su vida, otros estudiantes lo relacionaron con la velocidad, y algunos consideran que no saben si lo han usado o no. En general, los estudiantes perciben el cálculo como un elemento importante en su actividad académica, pero no pueden explicar claramente cómo puede aplicarse en su desempeño profesional y en su cotidianidad. La mayoría de los estudiantes relacionaron el cálculo con diversas aplicaciones como: recorrido de automóviles, medición de distancias y velocidades, las mediciones de terrenos, construcción de puentes y edificios, etc. Sin embargo no argumentaron con claridad la aplicación específicamente en la formación profesional como futuros ingenieros de sistemas, civiles y electrónicos.

### Integración entre pedagogía y tecnología

El propósito fundamental del diseño pedagógico del curso bajo el modelo de la enseñanza para la comprensión, y el uso de la plataforma de Telepresencia, es desarrollar y fortalecer la comprensión, el pensamiento flexible y los procesos de acción-reflexión en los estudiantes, partiendo desde sus experiencias significativas y de la vida cotidiana. Con el fin de determinar cada uno de estos componentes se realizaron varias reuniones donde participaron profesionales encargados de orientar el espacio académico, inicialmente se parte de una indagación preliminar que buscaba explorar los conceptos o temas que cada uno de los docentes consideraba más relevantes para el desarrollo del espacio académico de cálculo multivariado. Se les solicitó realizar esta búsqueda de forma individual y posteriormente se recogieron y agruparon cada una de las percepciones de los docentes, las cuales se tomaron como base para una reunión posterior en la cual se diseñó un mapa conceptual con los docentes y se determinaron las temáticas para abordar en el desarrollo del espacio académico. Finalmente, se realizó un instrumento para conocer la percepción que el docente tiene acerca de la aplicabilidad del cálculo en la vida cotidiana, el principal aporte del espacio académico y las principales dificultades encontradas en el desarrollo de la asignatura, posteriormente se socializó esta información con todos los docentes y

se concertó y aprobó la implementación del abordaje pedagógico de la enseñanza para la comprensión, definiéndose los lineamientos pedagógico, la metodología a emplear, el tipo de actividades que realizarían los estudiantes, la forma como se valoraría el desempeño y los momentos en los cuales se emplearía la herramienta de la Telepresencia.

Gráfica 2. Ejemplo de interacción a distancia de estudiantes con el docente en una experiencia con la plataforma de Telepresencia.



### La enseñanza para la comprensión

La enseñanza para la comprensión es un modelo pedagógico formulado en la década de los años 90 del siglo anterior en la Universidad de Harvard. Es uno de los resultados más significativos del Proyecto Zero de la Facultad de Educación de dicha Universidad. La comprensión dentro del marco de la “Enseñanza para la Comprensión”, se define como **la habilidad de pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que uno sabe** (Stone & Martha, 1999). Comprender un tema quiere decir que es capaz de explicar, justificar, extrapolar y vincular, de manera que se va más allá del conocimiento y la habilidad rutinaria. La capacidad de desempeño flexible es la comprensión y ésta no se reduce al conocimiento, requiere más que sólo reproducir información. Comprender implica además una habilidad rutinaria bien automatizada. El alumno que hábilmente resuelve problemas de física o escribe párrafos con oraciones tópicas puede no comprender casi nada de física, de escritura o de aquello acerca de lo que escribe. Aunque el conocimiento y la habilidad pueden traducirse como información y desempeño rutinario a mano, la comprensión se esca-

pa de estas normas simples. Comprender implica en mayor o menor medida, una construcción personal de significados. Esta apreciación involucra dos aspectos importantes: en primer lugar, que la comprensión depende del desarrollo eficaz y del adecuado empleo de los conceptos, y en segundo lugar, es una actividad personal. Atendiendo entonces a estos dos componentes, la comprensión de un concepto conlleva a entrar a penetrar en su significado y conectar ideas. La flexibilidad a la que se refiere la enseñanza para la comprensión no es simplemente juntar los elementos de la información. Comprender va más allá de aprender a juntar las partes que componen el conocimiento, es organizar esos elementos, para relacionarlos dentro de una estructura de significado. En otras palabras, es imposible comprender por procesos meramente asociativos. No se trata de reproducir información, sino de poderla asimilar e integrar con los conocimientos anteriores. Sólo así se comprende y se adquiere nuevos significados y se construyen nuevos conceptos (Blythe & et al, 1999), (Díaz-Barriga & Hernández 2002).

### **El cálculo de varias variables desde la enseñanza para la comprensión**

#### ***Hilos conductores para la asignatura de cálculo multivariado y vectorial***

Los conceptos propios del cálculo a través de los que se expresan diversas situaciones del plano son los vectores en el plano y en el espacio representándolos geoméricamente en diversas superficies, las derivadas parciales y direccionales, y las integrales múltiples y de línea. Estos términos conducen hacia el concepto de superficie. En el curso de cálculo en varias variables, los estudiantes son cuestionados por establecer relaciones entre objetos de la vida real y los distintos conceptos estudiados a través del curso; por ello, se definió la superficie como uno de los aspectos claves a comprender a través del curso.

Para la presentación a los estudiantes se determinó que la mejor manera era formular una afirmación, que los llevara a pensar, reflexionar y argumentar sobre la importancia del cálculo y los motivara a dar repuestas e investigar acerca de los conceptos que se buscan comprender. Por ello, el hilo conductor establecido para experiencia fue: *los estudiantes*

*apreciarán cómo el concepto de superficie es clave para la comprensión del cálculo.*

#### ***Tópicos generativos para la asignatura de cálculo vectorial***

Después de analizar los ejes temáticos de la asignatura y las relaciones de éstos con las otras disciplinas, se reflexionó acerca de estas relaciones, los intereses de los docentes y los de los estudiantes diversas carreras y el contexto, logrando definir como tópico el cálculo mismo, Por tal motivo, fue denominado: *¿cómo puedo aplicar comprensivamente el cálculo en mi carrera?*

#### ***Metas de comprensión para cálculo vectorial***

El estudiante desarrollará comprensión determinando y relacionando conceptos fundamentales del cálculo en el contexto cotidiano.

Para esto, los alumnos comprenderán:

- Los vectores en el plano y en el espacio representándolos geoméricamente en diversas situaciones que ocurren en su entorno.
- Los conceptos de derivadas parciales y direccionales.
- Integrales múltiples y de línea, a través de aplicaciones relacionadas con el entorno.

#### ***Fases para los desempeños de comprensión***

Para delimitar las actividades propuestas para los desempeños de comprensión se plantearon tres fases que debían cumplirse en diferentes momentos de las tutorías, se definieron: *desempeños preliminares, investigación guiada y desempeño final de síntesis.*

#### ***Desempeños preliminares***

Los desempeños preliminares tenían como finalidad lograr que los estudiantes relacionaran el cálculo multivariado con su entorno y en especial con la aplicación desde cada formación profesional y lo comenzarán a percibir como algo que está presente en su cotidianidad. Las actividades desarrolladas fueron las siguientes:

### *Exploración del tópico (Fase I)*

- A través de la elaboración de la red de ideas, los estudiantes aportaron todas las inquietudes y pre-conceptos sobre lo que es para ellos el cálculo y los conceptos, objetos y fenómenos con las cuales lo relacionan en su vida.
- Se fueron realizando ejemplos concretos de aplicaciones del cálculo por parte del docente, donde se visualizaron las diferentes aplicaciones tomando como referente las profesiones para las cuales se están formando: ingeniería civil, ingeniería de sistemas y electrónica.
- Posteriormente se dejó la pregunta abierta: ¿cómo puedo aplicar el cálculo a mi carrera? ¿qué asuntos importantes puedo solucionar (en mi carrera) utilizando el cálculo? Se abrió la exploración del tópico (Fase I) a través de la pregunta y se pidió a los estudiantes investigar sobre las preguntas mencionadas.
- Los estudiantes conformaron grupos de trabajo y realizaron una búsqueda acerca del cálculo: entrevistaron diversos profesionales que les pudieran hablar sobre la utilidad del cálculo y realizaron consultas sobre el tema y su aplicabilidad en la vida diaria, para esto partieron desde una revisión histórica acerca del cálculo y exploraron construcciones y objetos que les permitió percibirlo en su vida real y cotidiana.

Al finalizar esta fase de exploración los estudiantes eligieron un problema o proyecto a ser resuelto por ellos, a través del cálculo y que tuviera relación con su carrera; cada grupo narró de manera detallada el tipo de problema que iba a resolver y las ideas preliminares de cómo pensaban que podría ser abordado.

### *Investigación dirigida (Fase II)*

La investigación guiada tuvo como objetivo que los estudiantes escogieran un elemento estructural con el cual se pudieran explicar varios conceptos del cálculo y su relación con el rol profesional y la vida cotidiana. Las actividades realizadas fueron las siguientes:

- Los estudiantes comenzaron a analizar y resolver la propuesta elegida por ellos, utilizando los contenidos del curso y las herramientas tecnológicas como apoyo para el desarrollo de éste. Durante

esta fase, debían dar un reporte de la propuesta y las soluciones encontradas, el diseño definitivo y los contenidos a abordar; todos estos elementos fueron registrados en el portafolio.

- En esta fase, los estudiantes maduraron y profundizaron conceptualmente los contenidos manejados sobre el cálculo vectorial, además analizaron cómo transformarlos en un diseño real y viable en un contexto específico; la pretensión final consistió en visualizarse claramente en el campo de acción de cada profesional. Algunos de estos proyectos o propuestas fueron:
  - Construcción de un edificio tipo cilíndrico o circular; para esto el grupo realizó la descripción de los cuerpos de un edificio tales como partes físicas que lo componen, miembros principales o secundarios, forma de los edificios; las distintas clasificaciones según el uso, la propiedad, el sistema estructural, la disposición, los impactos generales en el medio ambiental, social y cultural. Además se retomó y amplió la investigación consignada en la Fase I acerca de las construcciones de edificios cilíndricos y se procedió a seleccionar la aplicación a trabajar, las dimensiones del modelo a escala, los cálculos del área superficial de la estructura por medio de integrales; se calculó el volumen del edificio por medio de integrales dobles, se dedujo el modelo matemático que relaciona la estructura con las matemáticas (cálculo), se esbozó la gráfica de la estructura en el sistema tridimensional y se inició la elaboración del modelo a escala de la torre para la capital del Quindío.
  - Diseño de dos torres en forma de hiperboloide de una hoja, unidas por un cilindro recto horizontal en la mitad de la altura de las torres, destacándose las escalas en forma de espiral y utilizando el concepto de cálculo de la dirección de movimiento. Para tal fin, este proyecto retomó la información del portafolio y la amplió con la intencionalidad de su propuesta; los conceptos necesarios fueron: superficies cuadráticas, hiperboloide de una hoja, cilindros y su clasificación, dirección del movimiento, formas de los edificios, clasificaciones. En relación con la exploración del departamento del Quindío los aspectos considerados fueron: información general,

historia, terremoto, sitios representativos, centros comerciales, proyectos en desarrollo y necesidades de la región.

- Construcción de un modelo a escala de un puente peatonal basado en conceptos de cálculo, que permitiera unir dos edificios separados por una avenida. Para la realización de la propuesta se indagó sobre: historia de los puentes, clasificación, eficiencia, las situaciones urbanas propias de la ciudad de Armenia; se retomó y amplió la información del portafolio acerca de hiperboloide de una hoja y, finalmente, se analizaron los beneficios y ventajas del proyecto en regiones de Colombia.

Gráfica 3. Propuesta de torres hiperbólicas formulada por estudiantes participantes en la experiencia



### *Proyecto final de síntesis (Fase III)*

El objetivo principal de esta fase fue la socialización del diseño de la edificación o sólido creado. Para ello, cada estudiante o grupo de estudiantes debió contarle a sus compañeros de grupo, al docente de pedagogía, un docente de ingeniería de sistemas y al docente titular de la asignatura, los procesos que implementó para el diseño del objeto concreto. Las actividades que se propusieron para guiar esta fase fueron las siguientes:

- Los estudiantes debían diseñar una maqueta de la edificación o sólido seleccionado.
- Sobre la edificación o sólido construido los estudiantes identificaron los conceptos fundamentales de cálculo.
- Los estudiantes presentaron el sólido construido y sustentaron ante sus compañeros y expertos este

sólido argumentando los elementos del cálculo en estructuras y objetos.

- Además, los estudiantes presentaron un informe en el que sintetizaron las diversas aplicaciones y manifestaciones del cálculo en la edificación o sólido seleccionado.
- El informe también incluyó el análisis de cada concepto, las conclusiones y recomendaciones, así como la opinión de los estudiantes acerca del trabajo realizado.
- Esta socialización del proyecto final de síntesis fue filmada y registrada fotográficamente.
- Se realizaron proyectos novedosos e interesantes como:
  - Centro comercial en forma de grano de café
  - Torres hiperbólicas
  - Antena parabólica
  - Edificio hiperelipsoidal
  - Fuente de agua
  - Represa de agua tipo arco
  - Paradero de bus
  - Lavamanos ecológico
  - “Elipsofá” – sofá elíptico

### **Valoración continua**

Para que la valoración cumpla con su objetivo fundamental es necesario mostrarle al estudiante los progresos en la comprensión de los conceptos del cálculo, con los proyectos ejecutados, para ello se propusieron los siguientes criterios como una forma de valoración continua:

- Los estudiantes dieron a conocer sus avances de la propuesta por medio del portafolio donde se visualizaron cada uno de los desempeños de comprensión, teniendo en cuenta los desempeños preliminares, los relacionados con la investigación guiada y los desempeños finales de síntesis.
- Se discutieron en grupo los avances realizados en cada uno de los desempeños de comprensión.
- Realizaron los ejercicios planteados por los docentes y también se desarrollaron informes de sus talleres.
- Se socializó el proyecto final de síntesis, en el que cada equipo de trabajo expuso ante sus compañeros y expertos invitados el trabajo realizado.
- Los desempeños realizados en el desarrollo del tópico generativo fue valorado a la luz de los niveles de comprensión.

- El proyecto final de síntesis reflejó el dominio conceptual y práctico de los contenidos de cálculo, además se evidenció la aplicabilidad para los campos de formación de tres profesionales (ingeniería civil, sistemas, electrónica).

## Resultados

Los investigadores que trabajaron en la experiencia diseñaron un *post-test* que tuvo once preguntas acerca de la aplicación de la asignatura de cálculo como futuros profesionales en ingeniería de sistemas, civil y electrónica. El *post-test* presentó preguntas abiertas para que los estudiantes expresaran libremente lo que pensaban del cálculo, las aplicaciones que habían realizado y el tipo de relación que establecieron con la vida cotidiana.

Con la aplicación del *post-test*, se pretendió evidenciar el nivel de comprensión de los estudiantes; para esto se diseñaron diez preguntas que tuvieron la intencionalidad de confrontar al estudiante con sus conceptos iniciales y los desarrollados a lo largo del espacio académico, utilizando la herramienta de la telepresencia y el diseño pedagógico de la enseñanza para la comprensión. Es importante resaltar que además de la comprensión de los conceptos de cálculo, también se buscó que pudieran trascender el conocimiento a situaciones cotidianas y relevantes en sus contextos específicos donde ejercerán la profesión.

Al analizar las respuestas dadas se dedujo un gran nivel de apropiación conceptual, mayor argumentación de cada uno de los conceptos y su visualización en la vida cotidiana, llevándonos a concluir que el nivel de comprensión les permitió a los estudiantes aplicar los conocimientos adquiridos en situaciones novedosas. Finalmente, se concluyó que el nivel de comprensión se fortaleció en los estudiantes y su percepción frente a los conceptos relacionados con cálculo, modificó los esquemas cognitivos que se tenían de algunos conceptos y la percepción del espacio académico, alcanzándose una asimilación y acomodación cognitiva compleja que permitió llegar a un equilibrio cognitivo de significativos.

La experiencia obtenida en el desarrollo de un espacio académico cálculo, mediante el abordaje pedagógico de la enseñanza para la comprensión fue satisfactoria,

ya que no solamente se logró observar el fortalecimiento de la comprensión en los estudiantes de los diferentes programas, sino que además el clima de aprendizaje fue receptivo, participativo y muy dinámico, logrando que se desarrollaran cada uno de los desempeños de comprensión tanto en el aula como fuera de ella. Además, la Telepresencia como ayuda en el proceso de cada desempeño fue fundamental para el resultado final ya que permitió que el estudiante se proyectara en la vida real y trascendiera en los conceptos trabajados.

De igual manera, es fundamental destacar el interés y compromiso de los docentes que orientaron el espacio académico para la implementación y desarrollo desde este abordaje pedagógico; situación que llevó a cambiar los paradigmas y formas de enfrentar el cálculo. El desarrollo de esta experiencia lleva a modificar los esquemas cognitivos de la educación centrada en la enseñanza a la educación centrada en el aprendizaje, ya que el docente es el facilitador del proceso y para ello debe abandonar el antiguo papel de trasmisor de conocimiento para convertirse en un guía que fortalece la comprensión de los estudiantes ya que los aproxima desde el conocimiento a la vida cotidiana y les permite proyectarse como futuros profesionales.

En los estudiantes se resalta el trabajo realizado en equipo, la relación que lograron con otras asignaturas, la integración del abordaje conceptual del cálculo con los contenidos de los anteriores cursos del mismo tema y las bases conceptuales logradas para continuar fortaleciendo la comprensión con posteriores desarrollos conceptuales. Es importante y necesario denotar la contextualización de cada uno de los proyectos finales de síntesis realizados, visualizándose cómo analizaron las características y necesidades de la región a nivel local, departamental y nacional, lo cual se vio reflejado en los proyectos tendientes a fortalecer el turismo en la región, continuar privilegiando la cultura cafetera, mejorar y darle mayor identidad a la infraestructura, abordar las políticas regionales en pro al desarrollo ambiental y económico del departamento.

### *Ejemplos de resultados obtenidos en la experiencia*

Al final del curso de cálculo de varias variables, los estudiantes entregaron un proyecto final o portafolio donde demostraron cómo aplicaron los conceptos

observados en clase sobre escenarios y situaciones reales. Para este propósito, los estudiantes en la Universidad EAFIT y la Universidad del Quindío hicieron una socialización de proyectos con la presencia de estudiantes y profesores del curso. Algunos de los más destacados proyectos fueron:

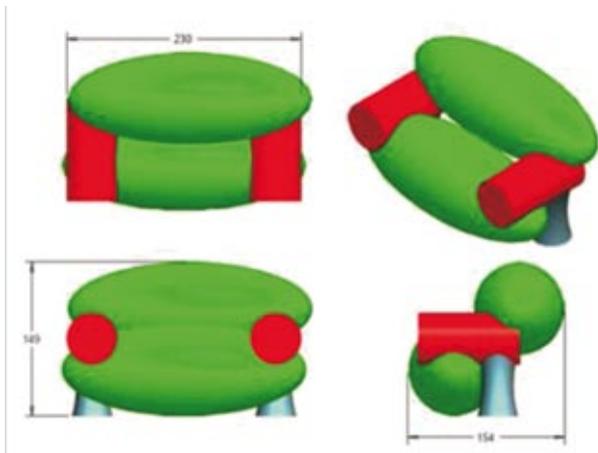
### ***Torres hiperbólicas***

Este proyecto tiene dos torres en forma de hiperboloide de una hoja, unidas por un cilindro horizontal situado en la mitad de la altura de las torres, y con escaleras en forma de espiral. El propósito de este proyecto es plantear el uso de este tipo de edificaciones por parte de la Gobernación del departamento del Quindío y la Alcaldía de la ciudad de Armenia. Se pretende usar el proyecto como una iniciativa para consolidar el turismo en Armenia.

### ***Elipsofá***

Otro grupo de estudiantes diseñó un sofá formado principalmente por un elipsoide el cual podría ser el asiento de ésta, dos cilindros que forman los brazos del sofá, y cuatro hiperboloides de una hoja que cumplen la función de soportar el sofá. A pesar de que el diseño del sofá es complejo para los estudiantes, el mismo refleja cómo el cálculo es una parte importante de los objetos cotidianos que observan los estudiantes.

Gráfica 4. Plano de ensamble del ElipSofá

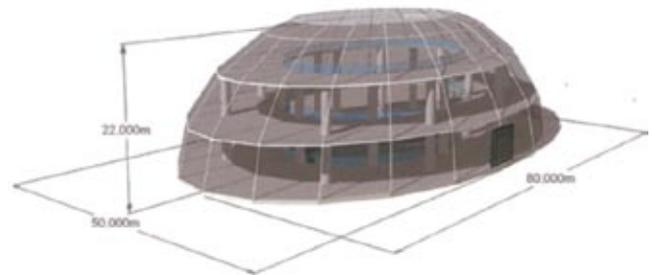


### ***Centro Comercial del Café***

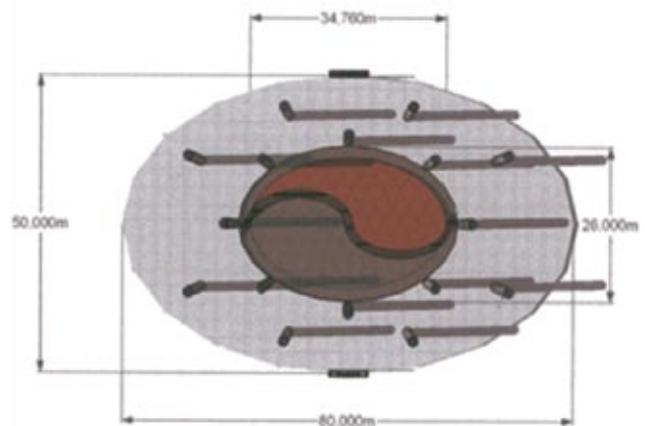
Debido al potencial cultural y turístico propio del departamento del Quindío en Colombia, y teniendo

en cuenta el bajo nivel comercial de la ciudad de Armenia respecto a otras ciudades colombianas, un grupo de estudiantes presentaron como proyecto final de síntesis una propuesta para un centro comercial en forma de paraboloides elípticos el cual representa la parte externa del edificio, con una apertura en la parte más alta del mismo para hacer visible un pequeño parque en forma de grano de café, que a su vez se forma de varios elipses.

Gráfica 5. Vista frontal del Centro Comercial del Café.



Gráfica 6. Vista superior del Centro Comercial del Café



## **Conclusiones**

En este artículo se han presentado los resultados de la aplicación de la herramienta de Telepresencia en un curso de cálculo en varias variables diseñado

bajo el marco pedagógico de la enseñanza para la comprensión. La unión de la tecnología con el modelo pedagógico empleado permitió desarrollar la asignatura de cálculo de una forma novedosa, interesante y apasionante para los estudiantes y docentes involucrados en el proyecto. La implantación de este proyecto fomentará el uso de nuevas tecnologías dentro de procesos de enseñanza-aprendizaje soportados por redes de alta velocidad como RENATA en el caso de Colombia. La idea es proyectar la herramienta de Telepresencia para que por medio de ambientes virtuales colaborativos sea posible establecer nuevas formas de interacción profesor-estudiante, donde las redes académicas de alta velocidad permitan compartir objetos de aprendizaje y promuevan el contacto entre miembros de comunidades académicas de diferentes Universidades nacionales e internacionales. Las instituciones de educación superior interesadas en replicar la experiencia de interacción a distancia soportada ambientes colaborativos distribuidos deberán considerar los siguientes aspectos técnicos y pedagógicos:

#### *Técnico:*

- Contar con acceso a RENATA o utilizar conexiones a Internet de la institución.
- Contar con desarrolladores que soporten la construcción de los contenidos 3D a cargar por la plataforma.
- Comprometerse a compartir sin ninguna restricción (salvo derechos de autoría) los contenidos

elaborados entre las instituciones interesadas en usar éstos en sus procesos de formación.

#### *Pedagógico:*

- Contar con un grupo de docentes interesados en recibir formación en el marco pedagógico de la Enseñanza para la comprensión.
- Diseñar los cursos en donde se aplicará la plataforma de Telepresencia usando Enseñanza para la comprensión, de tal forma que se obtengan diseños innovadores que permitan lograr la asimilación y comprensión de los contenidos por parte de los estudiantes (Novak & Gowin 1999).

De acuerdo con los resultados expuestos el equipo de investigación considera que la masificación del proyecto presentado contribuye a ampliar la cobertura en educación superior y al mejoramiento de la calidad pedagógica en el país.

## **Agradecimientos**

Los autores expresan sus agradecimientos a la Universidad EAFIT, la Universidad del Quindío y a Colciencias por su apoyo al proyecto de investigación denominado “**Evolución de la plataforma de Telepresencia y su aplicación en regiones del país usando RENATA**” (Código IF005-07).

## **Referencias**

- Agudelo, A., Escobar, L., Restrepo, J., Zea, C. & Trefftz, H. (2004). Telepresence for Distance Education: Lessons Learned. In proceedings of International Conference on Education (IADAT-e 2004) Bilbao, Spain, July 7 - 9, 2004.
- Blythe, T., & et al, (1999). La Enseñanza para la Comprensión, guía para el docente. Paidós, Argentina.
- Brooks, F. (1999). What is real about virtual reality. IEEE Computer Graphics and Applications. November-December 1999. pp 16 – 27.
- Dede, Chris (1995). The evolution of constructivist learning environments: immersion in distributed, virtual worlds. Educational Technology, 35(5), 46-52.
- Díaz-Barriga F., & Hernández R.G.,(2002). Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo. Una Interpretación Constructivista. McGraw Hill, Segunda Edición, México
- Escobar, L. E. Rendón, J. Restrepo, E. Montoya, C. Zea, & H. Trefftz, (2003). Telepresence in Synchronous Distance Education Sessions. In proceedings of Second International Conference on Multimedia and ICTs in Education (M-ICTE 2003), pp 1070-1074, Badajoz, Spain, December 3-6, 2003.
- Giraldo, F., Jiménez, A., Esteban, P. & Trefftz, H. (2006). Collaborative Virtual Environments for Teaching Physics. In proceedings of International Joint Con-

- ferences on Computer, Information, and Systems Sciences, and Engineering - CISSE 2006. - Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE) University of Bridgeport, 89-93.
- Giraldo, F., Jiménez, A., Esteban, P., Trefftz, H. & Restrepo, J. (2008). Distance Interaction in Education Processes using a Telepresence Tool. In proceedings of International Joint Conferences on Computer, Information, and Systems Sciences, and Engineering - CISSE 2006. - Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE) University of Bridgeport.
- Kaumann (2007). Distributed Virtual Reality in Education. Proceedings of the 11th IEEE International Symposium on Distributed Simulation and Real-Time Applications. Oct 2007.
- Novak, J. D., & Gowin, D. B. (1999). Aprendiendo a Aprender. Martínez Roca, Barcelona.
- Orozco, C., Esteban, P., & Trefftz, H. (2006). Collaborative and Distributed Augmented Reality in Teaching Multi-Variate Calculus. The Fifth IASTED International Conference on web-based education, Puerto Ballarta, México.
- SecondLife 2003. <http://slbestpractices2007.wikispaces.com/>. Acceso: Octubre 26, 2009.
- Trefftz, H., Esteban, P., Quiroz, A., Giraldo, F., Jiménez, A. & Villegas, E. (2007). Producto de Telepresencia para la Educación Superior en el Ámbito Nacional. Cuaderno 51. ISSN 1692 – 0694, 1- 144.
- Stone W, & Martha, C., (1999). La Enseñanza para la Comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica. Paidós, Argentina.

## Sobre los autores

---

### **Pedro V. Esteban Duarte**

Director del proyecto, matemático, Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia. Doctor en Ciencias Matemáticas, Universidad Politécnica de Valencia. Departamento de Ingeniería de Sistemas, Universidad EAFIT, Medellín (Colombia) pesteban@eafit.edu.co

### **Helmuth Trefftz Gómez**

Ingeniero de Sistemas, Universidad EAFIT, Doctor en Computación Gráfica, Universidad de Rutgers. Departamento de Ingeniería de Sistemas, Universidad EAFIT, Medellín (Colombia) htrefftz@eafit.edu.co

### **Juliana Restrepo**

Universidad EAFIT, Medellín (Colombia)

### **Fáber Danilo Giraldo Velásquez**

Ingeniero de Sistemas y Computación, Universidad del Quindío. Docente de tiempo completo de Ingeniería de Sistemas y Computación de la Universidad del Quindío; candidato a magíster en ingeniería en la Universidad EAFIT. Pedagógica Educativa, Ingeniería de Sistemas y Computación, Universidad del Quindío, Armenia (Colombia) fdgiraldo@uniquindio.edu.co

### **Ángela María Jiménez Rojas**

Psicóloga Universidad de Manizales, Magíster en Educación y Desarrollo. Pedagógica Educativa,

Ingeniería de Sistemas y Computación, Universidad del Quindío, Armenia, Colombia. amjimenez@uniquindio.edu.co

### **Andrus Allan Giraldo Muñoz.**

Estudiante de Ingeniería Matemática, Universidad EAFIT, Medellín (Colombia) agiral39@eafit.edu.co

### **Camila Peñalosa**

Estudiante de Ingeniería Sistemas, Universidad EAFIT, Medellín (Colombia) camilapb@gmail.com

### **Alex Restrepo**

Ingeniero de Sistemas Universidad EAFIT, estudiante de Maestría en Ingeniería Universidad EAFIT, Medellín (Colombia) alexrestrepo@mac.com

### **Luis Carlos Rojas Flórez**

Estudiante de Maestría en Matemáticas Aplicadas, Universidad EAFIT, Medellín (Colombia) lrojasfl@gmail.com

### **Julián Alejandro Lamprea**

Ingeniero de Sistemas y Computación, Universidad del Quindío, Armenia (Colombia) julianchoss@hotmail.com

### **Daniel Andrés Peláez López**

Estudiante de Ingeniería de Sistemas y Computación, Universidad del Quindío, Armenia (Colombia) daniel0788@hotmail.com

Los puntos de vista expresados en este artículo no reflejan necesariamente la opinión de la Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería.